

7

质量管理教程

控制图 CONTROL CHART

CHAPTER OUTLINE

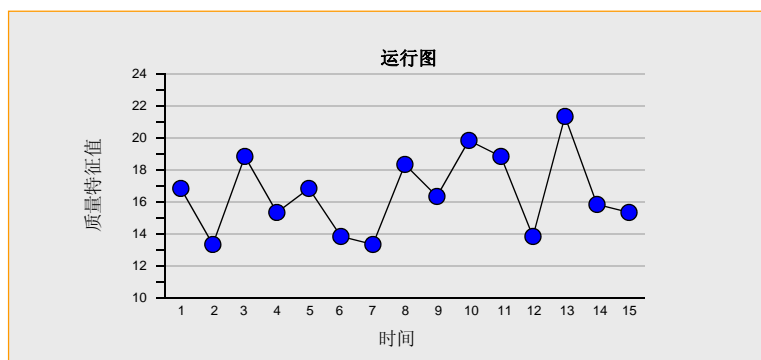
- 7.1 概述--从运行图说起
- 7.2 计量值控制图
- 7.3 计数值控制图
- 7.4 CUSUM控制图基础



天津大学

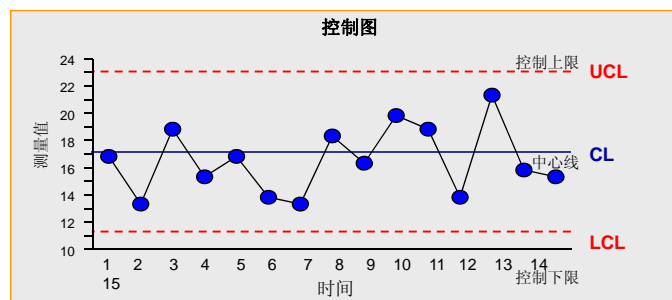
QUALITY MANAGEMENT

7.1 概述--从运行图说起



天津大学

控制图

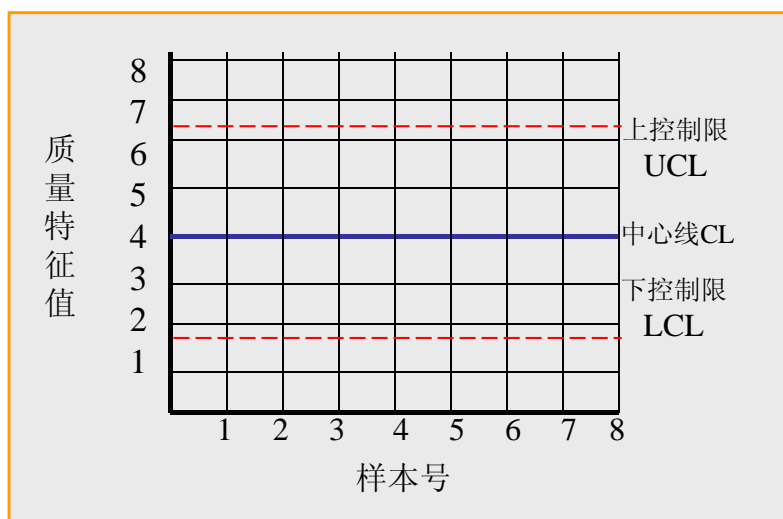


- ◆ 受控过程控制图上的点在统计意义上可以预测的。
- ◆ 如果过程是连续的，控制线定义了期望变化的范围。



3

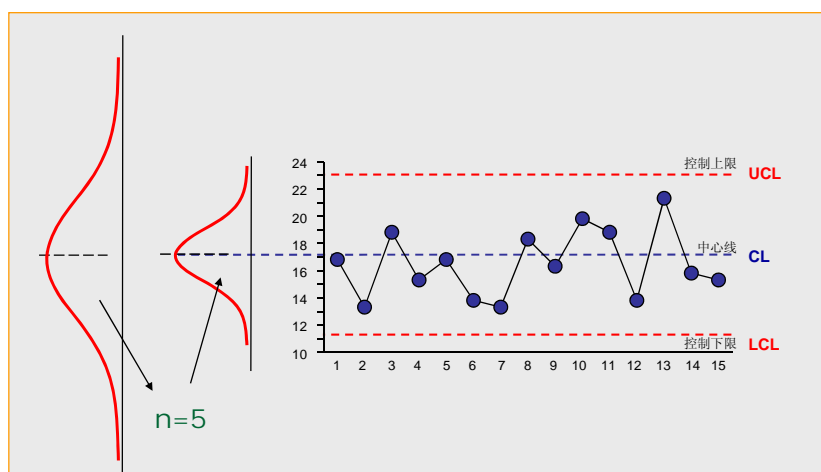
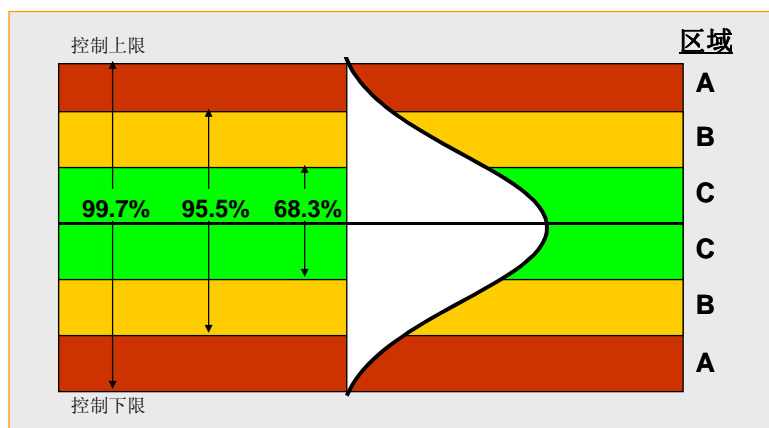
控制图的构成要素



4

控制图原理及控制限的选择

- 基于正态假设，利用概率原则判断过程是否正常



控制图的应用

- 客户所有的需求，包括形式、功能、抱怨等.
- 问题区(收集到的误工, 高报废率和返工率).
- 关键的定位尺寸.
- 感兴趣的关键指标.



7

控制图示例

设计名		规格与公差		工序名称		零件号		图号	
操作者		设备号		测量仪器		公差		材料	
日期		数量		测量单位		公差		材料	
次数		1		2		3		4	
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									
21									
22									
23									
24									
25									
26									
27									
28									
29									
30									
31									
32									
33									
34									
35									
36									
37									
38									
39									
40									
41									
42									
43									
44									
45									
46									
47									
48									
49									
50									
51									
52									
53									
54									
55									
56									
57									
58									
59									
60									
61									
62									
63									
64									
65									
66									
67									
68									
69									
70									
71									
72									
73									
74									
75									
76									
77									
78									
79									
80									
81									
82									
83									
84									
85									
86									
87									
88									
89									
90									
91									
92									
93									
94									
95									
96									
97									
98									
99									
100									



8

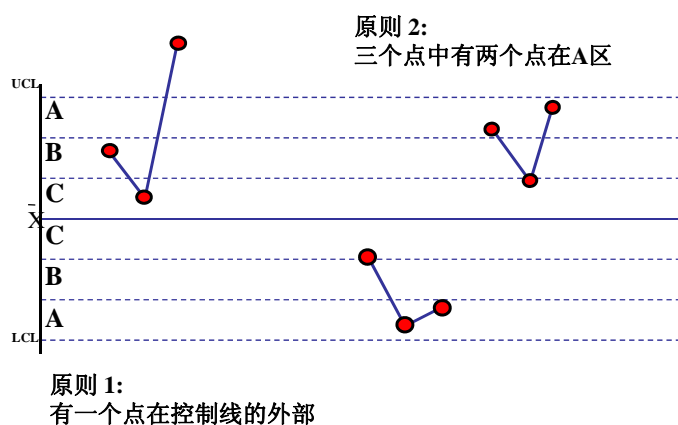
控制图的解释

- 正常模式
 - 只存在由于随机波动导致的偶因，点子排列随机
- 非正常模式
 - 点子排列不随机
 - 点子排列有缺陷



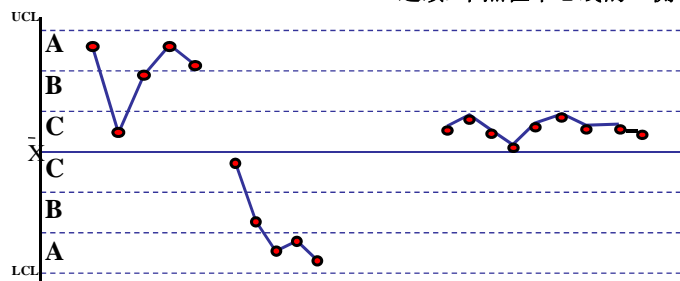
9

控制图的判异准则



10

原则4:
连续9个点在中心线的一侧



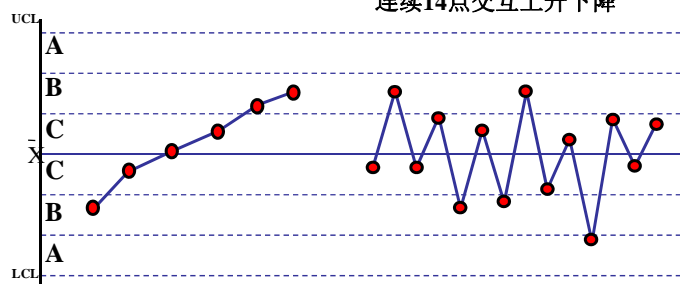
原则 3:
五个点中有四个点在B区以外



天津大学

11

原则 6:
连续14点交互上升下降



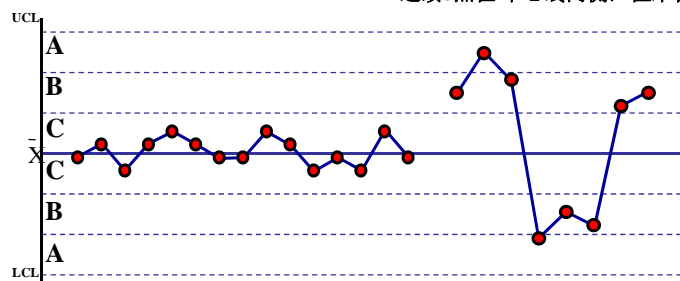
原则 5:
连续六个点稳定的上升(或下降)



天津大学

12

原则 8:
连续8点在中心线两侧, 但未在C区内

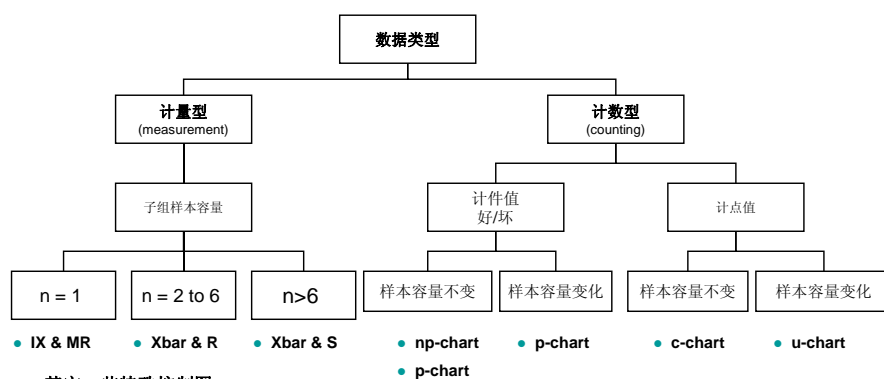


原则 7:
连续15个点在中心线的上方或者下方



13

控制图的类型



其它一些特殊控制图

- T-charts
- EWMA/EWMD 控制图
- CUSUM 控制图



14

7.2 计量值控制图

- 工序质量的两种变异
 - 随机性变异
 - 系统性变异
- 控制图是通过样本观测值以图的形式检测工序是否存在系统性原因的一种方法
- 工序质量特性值在仅仅受到随机性因素影响时应服从正态分布，反映正态分布特征的参数有两个： μ 和 σ ，因而控制工序的波动就需要同时监测 μ 和 σ 的变化，这就是我们为什么经常使用 \bar{X} - R 控制图的原因。通过 \bar{X} 图检测工序均值的变化，通过 R 图监测工序分布标准差的变化



15

1、Xbar-R控制图的应用步骤

1. 选择需控制的产品质量特征值
2. 确定抽样方案
3. 搜集数据
4. 确定中心线和上下控制限
5. 绘制 \bar{X} 和 R 控制图
6. 描点，必要时重新计算中心线和上下控制限



16

步骤1 选择需控制的产品质量特征值

- 所控制的产品质量特征值为计量值
- 所控制的产品质量特征值为关键质量特征
- 若关键质量特征不可测量，采用其它代用质量特征进行控制时，一定要确认代用质量特征与关键质量特征密切相关
- 测量系统精度应能达到要求



17

步骤2 确定抽样方案

- (1) 确定样本含量 n
采用 $\bar{X} - R$ 控制图，样本含量一般取 $n=5$
- (2) 确定抽样方式
 - 定期法
 - 即时法
 - 一般采用即时法
- (3) 确定抽样间隔期
确定抽样间隔期应考虑的因素



18

- 工序稳定性
- 抽样时间及成本因素
- 工序能力指数
- 工序调整周期

一般在两次相邻的工序调整之间要抽取20—24个样本

*当 $n \geq 10$ 时，此时用 $\frac{R}{d_2}$ 作为对 σ 的估计，误差较大，此时一般选用 $\bar{X} - s$ 控制图替代 $\bar{X} - R$ 控制图



19

极差法估计 σ 的效率

极差法估计 S^2 的相对效率如下：

样本含量 n	相对效率
2	1.00
3	0.922
4	0.975
5	0.955
6	0.930
10	0.850

如果样本含量相对较小，用极差法估计的样本方差 σ^2 和用 S^2 估计的效果几乎一致。



20

步骤3 搜集数据

- 若初始建立控制图，至少要抽取100个以上的数据，若样本含量 $n=5$ ，则至少要抽取20个样本
- 数据必须是最新的，能确切反映当前的工序水平
- 抽样时必须记录数据采集日期、时间、采集人等信息
- 抽样必须是随机的



21

步骤4 确定中心线和控制限

对于 \bar{X} 图：

$$CL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 + \cdots + \bar{X}_K}{K}$$

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{X}}$$

$$\text{因为：} \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\bar{R}/d_2}{\sqrt{n}}$$

$$\text{所以：} UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3 \frac{1}{d_2 \sqrt{n}} \bar{R}$$

$$\text{记 } A_2 = 3 \frac{1}{d_2 \sqrt{n}}$$

$$\text{故：} UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$$

$$\text{同样有：} LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

$$\begin{aligned} CL_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} \\ UCL_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \\ LCL_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \end{aligned}$$

* A_2 是与样本 n 有关的统计常数



22

R图:

$$CL_R = \bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_K}{K}$$

$$\begin{aligned} UCL_R &= \bar{R} + 3\sigma_R = \bar{R} + 3d_3\sigma \\ &= \bar{R} + 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} = (1 + 3\frac{d_3}{d_2})\bar{R} = D_4\bar{R} \end{aligned}$$

$$LCL_R = \bar{R} - 3\sigma_R = (1 - 3\frac{d_3}{d_2})\bar{R} = D_3\bar{R}$$

$$CL_R = \bar{R}$$

$$UCL_R = D_4\bar{R}$$

$$LCL_R = D_3\bar{R}$$

d_2 、 d_3 、 A_2 、 D_3 、 D_4 均为与样本含量有关的常数，可查表



天津大学

23

Xbar-R控制限计算表

求平均极差

$$\bar{R} = \frac{\sum R}{K} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

Σ =求总平均, K = 样本数

R图的控制限

$$UCL_R = D_4 \times \bar{R} = \frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$LCL_R = D_3 \times \bar{R} = \frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

必要时重新计算

$$\bar{R} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$UCL_R = \frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$LCL_R = \frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

求总平均

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}}{K} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

\bar{X} 图的控制限

$$A_2 \bar{R} = \frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$A_2 \bar{R} = \frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$UCL_{\bar{X}} = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$LCL_{\bar{X}} = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$



天津大学

24

Xbar-R控制限计算常数表

<i>n</i>	<i>A</i> ₂	<i>D</i> ₃	<i>D</i> ₄	<i>d</i> ₂
2	1.880	0	3.288	1.128
3	1.023	0	2.574	1.693
4	0.729	0	2.282	2.059
5	0.577	0	2.114	2.326
6	0.483	0	2.004	2.534
7	0.419	0.076	1.924	2.704
8	0.373	0.136	1.864	2.847
9	0.337	0.184	1.816	2.970
10	0.308	0.223	1.777	3.078

估计标准差 $\hat{\sigma} = \frac{\overline{R}}{d_2}$



实例：数据

■ 这是一个钻孔工序深度测量数据工序的控制图数据。有 20个样本，每个样本含量都是5

零件名		质量特征值 深度										工序名称 钻孔										零件号 10054		图
操作者 张三		设备号 0A1b					测量仪器 卡尺					测量单位 mm					公差 18+ -10		零等于					
日期																								
样本	次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20			
	1	19.61	14.75	14.52	14.41	18.61	14.1	14.74	13.57	13.28	15.06	16.7	15.81	15.31	14.36	16.69	17.44	18.8	17.79	15.9	14.09			
	2	15.84	17.03	15.5	16.68	18.85	17.91	14.73	18.37	11.34	17.73	15.9	14.28	19.21	16.95	16.68	18.76	14	15.18	19	11.03			
	3	16.79	15.83	17.37	15.4	15.17	16.78	15.32	15.31	15.18	14.15	13.5	17.53	13.96	12.93	13.88	14.01	14.7	15.78	14.76	14.35			
	4	13.83	14.81	14.39	13.3	19.23	15.85	15.85	18.18	17.31	18.55	16.3	16.09	15.45	17.56	14.93	14.32	15.8	18.08	13.38	15.65			
	5	20.48	16.06	14.51	16.87	13.88	18.44	17.93	15.73	16.8	13.09	14.3	19.86	16.36	17.72	17.15	17.6	17.5	14	15.1	18.6			
合计		66.94	78.48	76.29	76.66	85.74	83.08	78.57	81.16	73.91	78.58	76.7	83.57	80.29	79.52	79.33	82.13	80.7	80.83	78.14	73.72			
均值 \bar{x}		16.74	15.7	15.26	15.33	17.15	16.62	15.71	16.23	14.78	15.72	15.3	16.71	16.06	15.9	15.87	16.43	16.1	16.17	15.63	14.74			
极差R		6.65	2.28	2.98	3.57	5.35	4.34	3.2	4.8	5.97	5.46	3.16	5.58	5.25	4.79	3.27	4.75	4.75	4.08	5.62	7.57			
操作者																								



实例：计算控制限

求平均极差

$$\bar{R} = \frac{\sum R}{K} = \frac{93.42}{20} = 4.671$$

\sum = 求总平均, K = 样本数

R 图的控制限

$$UCL_R = D_4 \times \bar{R} = 2.114 \times 4.671 = 9.87$$

$$LCL_R = D_3 \times \bar{R} = 0 \times 4.671 = 0$$

求总平均

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}}{K} = \frac{318.231}{20} = 15.94$$

\bar{X} 图的控制限

$$A_2 \bar{R} = 0.577 \times 4.671 = 2.695$$

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = 15.94 + 2.695 = 18.63$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = 15.94 - 2.695 = 13.25$$



27

步骤5 绘制 \bar{X} - R 控制限

- 在给定的 \bar{X} -R 控制图上, 根据所计算出的 \bar{X} 图和 R 图的控制限, 选定垂直轴上最小区间单位所表示数据量, 并在垂直轴上标明数据。请注意: 在绘制控制限时, 控制限 (UCL 和 LCL 之间) 间的距离不应太大, 也不应太小。距离太大, 当有些数据点超出控制限时无法表示; 距离太小, 描点和分析时会比较困难。



28

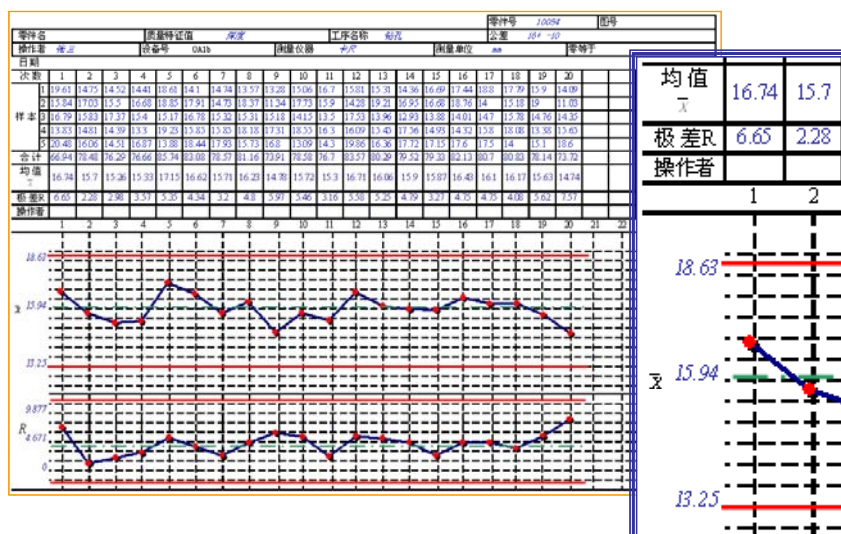
步骤6 描点并在必要时重新计算控制限

- 若初始建立控制图，须将样本的 \bar{X} 和 R 描在控制图上，以验证工序是否处于受控状态。
- 如果描点后发现有的点超出控制限，这表明工序可能处于失控状态，应首先分析是否存在系统性原因，若找到了系统性原因，应将该数据点删除，然后重新计算控制限。



29

实例：描点



30

课堂练习： \bar{x} -Bar和R图

下表为某生产线加工某料棒长度的数据，抽取15组样本，建立控制图

样本号	观测值1	观测值2	观测值3	观测值4	观测值5	Avg	Range		n	A2	D3	D4
1	10.682	10.689	10.776	10.798	10.714	10.732	0.116		2	1.88	0	3.27
2	10.787	10.86	10.601	10.746	10.779	10.755	0.259		3	1.02	0	2.57
3	10.78	10.667	10.838	10.785	10.723	10.759	0.171		4	0.73	0	2.28
4	10.591	10.727	10.812	10.775	10.73	10.727	0.221		5	0.58	0	2.11
5	10.693	10.708	10.79	10.758	10.671	10.724	0.119		6	0.48	0	2
6	10.749	10.714	10.738	10.719	10.606	10.705	0.143		7	0.42	0.08	1.92
7	10.791	10.713	10.689	10.877	10.603	10.735	0.274		8	0.37	0.14	1.86
8	10.744	10.779	10.11	10.737	10.75	10.624	0.669		9	0.34	0.18	1.82
9	10.769	10.773	10.641	10.644	10.725	10.710	0.132		10	0.31	0.22	1.78
10	10.718	10.671	10.708	10.85	10.712	10.732	0.179		11	0.29	0.26	1.74
11	10.787	10.821	10.764	10.658	10.708	10.748	0.163					
12	10.622	10.802	10.818	10.872	10.727	10.768	0.250					
13	10.657	10.822	10.893	10.544	10.75	10.733	0.349					
14	10.806	10.749	10.859	10.801	10.701	10.783	0.158					
15	10.66	10.681	10.644	10.747	10.728	10.692	0.103		A2	0.58		X-Bar
									D3	0		
									D4	2.11		
									Mean	10.728		R-Bar
									Range	0.220		
					Averages	10.728	0.220					

注：数据文件为“XbarRChart01.MTW”

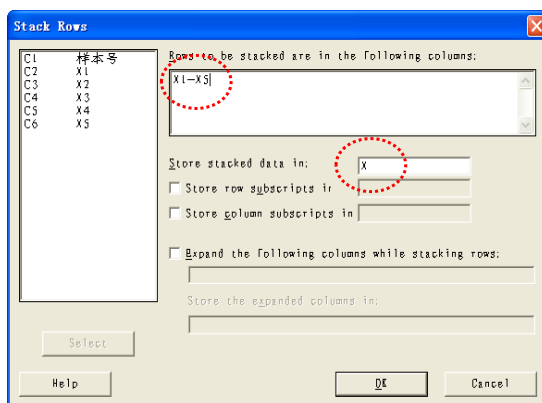


天津大学

31

利用Minitab绘图

■ 打开数据表，Data>Stack>Stack Rows,

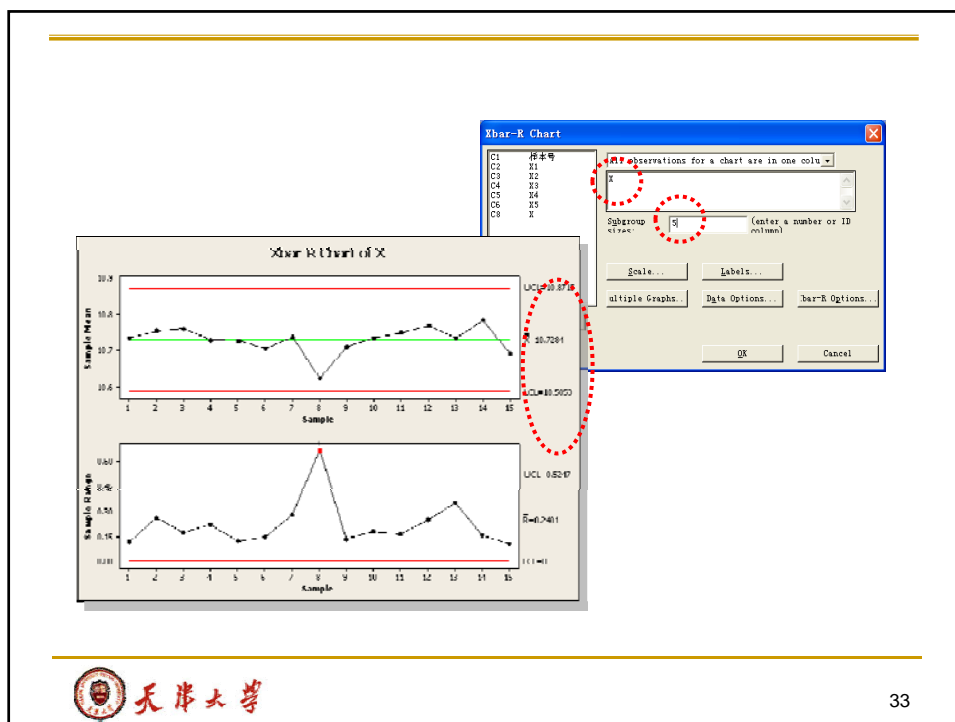


C5	C6	C7	C8	C9
X4	X5		X	
0.798	10.714		10.682	
0.746	10.779		10.689	
0.785	10.723		10.776	
0.775	10.730		10.798	
0.758	10.671		10.714	
0.719	10.606		10.787	
0.877	10.603		10.860	
0.737	10.750		10.601	
0.644	10.725		10.746	
0.850	10.712		10.779	
0.658	10.708		10.780	
0.872	10.727		10.667	
0.544	10.750		10.838	
0.801	10.701		10.785	
0.747	10.728		10.723	
			10.591	
			10.727	
			10.812	



天津大学

32



33

2、解释控制图

判定工序处于统计受控状态的标准：

- 所有点皆在控制限内，并且
- 大多数点位于中心线附近，并且
- 点的排列不存在缺陷（非随机性排列）

判定工序失控的标准：

- 点在控制限上或超出了控制限，或点虽未超出控制限，但点的分布与排列有缺陷

34

控制限的变更问题

控制限的变更原则：

—当工序有明显改进时（可通过t检验、F检验或 χ^2 检验），确认原因，重新计算控制限；
当工序变劣时，确认原因，解决问题，不能重新计算控制限。



35

3、根据控制图分析过程能力

$$C_P = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{USL - LSL}{6 \frac{\bar{R}}{d_2}}$$

$$C_{PU} = \frac{USL - \mu}{3\sigma} = \frac{USL - \bar{X}}{3 \frac{\bar{R}}{d_2}}$$

$$C_{PL} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma} = \frac{\bar{X} - LSL}{3 \frac{\bar{R}}{d_2}}$$

$$C_{PK} = \min \{C_{PU}, C_{PL}\}$$



36

4、控制图的风险分析

■ 第一类错误 α 错误的风险

□ 错误报警: 不存在系统性原因, 然而控制图显示过程失控。

■ 第二类错误 β 错误的风险

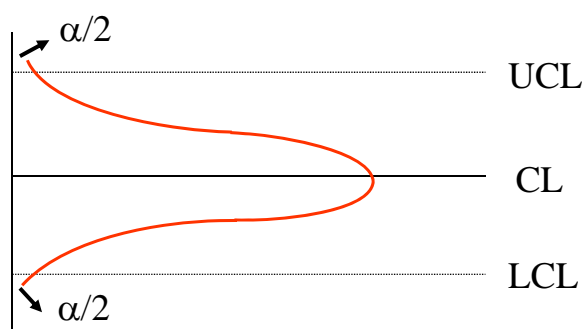
□ 没有察觉: 存在系统性原因而控制图没能察觉出它们。



37

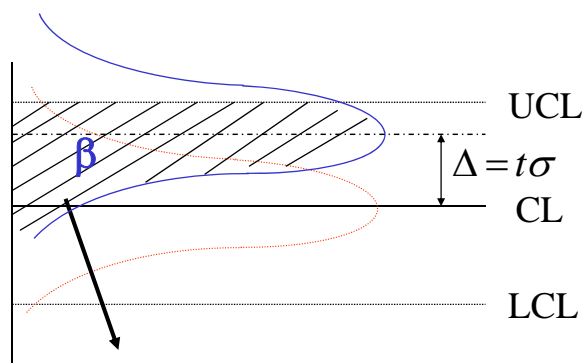
基于均值极差控制图的风险分析

对于休哈特控制图, α 风险是 0.27% (控制限是3倍的标准差)



38

β 风险分析



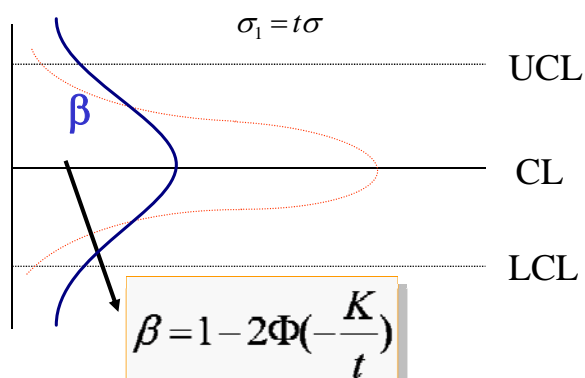
$$\beta = \Phi(K - t\sqrt{n}) - \Phi(-K - t\sqrt{n})$$

K为所取的sigma水平



天津大学

39



$$\beta = 1 - 2\Phi\left(-\frac{K}{t}\right)$$

K为所取的sigma水平

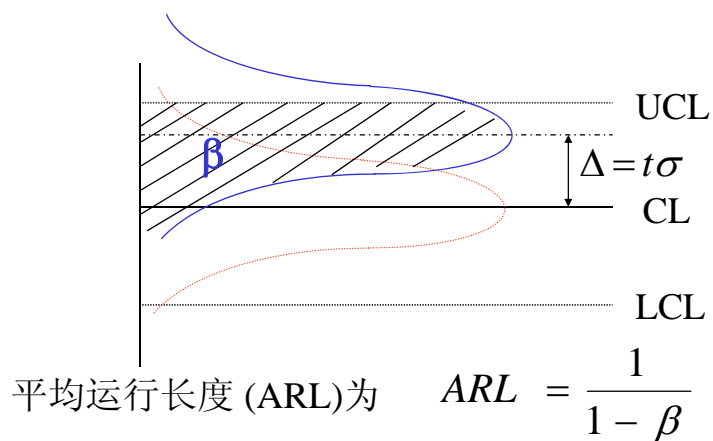


天津大学

40

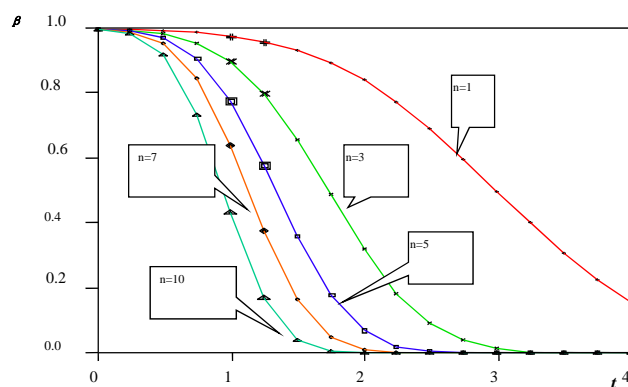
检出力

检出力=1- β



41

X-Bar 图的OC曲线



42

练习： 绘制 \bar{X} 图的OC曲线

假定样本含量为5，控制限系数 $k=3$ ，假设过程均值发生了漂移，漂移量为 $t\sigma$ ，令 $t=0,0.25,0.5,0.75,1.0,1.25,1.5,\dots,3.0$ 利用Minitab 计算第二类错误的概率，绘制OC曲线。



43

5、其它计量值控制图

- \bar{X} -s控制图
- 单值移动极差控制图



44

Xbar-S控制图

- 当样本含量大时，极差法估计 σ 的相对效率较低。这时使用样本方差来估计 σ^2

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

注意： S^2 是 σ^2 的无偏估计。但 S 不是 σ 的无偏估计。

$$E(S) = c_4 \sigma$$

$$Std(S) = \sigma \sqrt{1 - c_4^2}$$



天津大学

45

Xbar-S控制图控制限的计算

\bar{X} 图

$$UCL = \bar{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\bar{S}}{c_4 \sqrt{n}}$$

$$= \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S}$$

$$CL = \bar{\bar{X}}$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\bar{S}}{c_4 \sqrt{n}}$$

$$= \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S}$$

S图

$$UCL = \bar{S} + 3\sigma_s = \bar{S} + 3\sigma \sqrt{1 - c_4^2} = \bar{S} + 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

$$= B_6 \bar{S}$$

$$CL = \bar{S}$$

$$LCL = \bar{S} - 3\sigma_s = \bar{S} - 3\sigma \sqrt{1 - c_4^2} = \bar{S} - 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

$$= B_3 \bar{S}$$

$\bar{X} - S$ 控制图用于：

- 单变异来源
- 大样本, 样本含量通常大于 10
- 样本大小可变. 注意, 如果样本含量不固定, 控制限就是变化的



天津大学

46

单值移动极差控制图

- 在如下情形下常采用单值移动极差控制图
 - 破坏性测试
 - 自动检测，使用测量方法，分析每个制造单元
 - 测试费用昂贵且/或耗时
 - 生产率很低
 - 加工工厂和化学工厂
- 在这种情况下, 用单个测量单位进行过程控制。控制程序使用两个连续观察值的极差来估计过程变异

$$MR_i = |x_i - x_{i-1}|$$



天津大学

47

单值移动极差控制图控制限的计算

X 图

$$UCL = \bar{X} + 3\sigma = \bar{X} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} = \bar{X} + 2.66 \overline{MR}$$

$$CL = \bar{X}$$

$$LCL = \bar{X} - 3\sigma = \bar{X} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} = \bar{X} - 2.66 \overline{MR}$$

事实上，可将其视为 **Xbar-R** 控制图的特殊情况

移动极差图

$$UCL = D_4 \overline{MR} = 3.267 \overline{MR}$$

$$CL = \overline{MR}$$

$$LCL = 0$$



天津大学

48

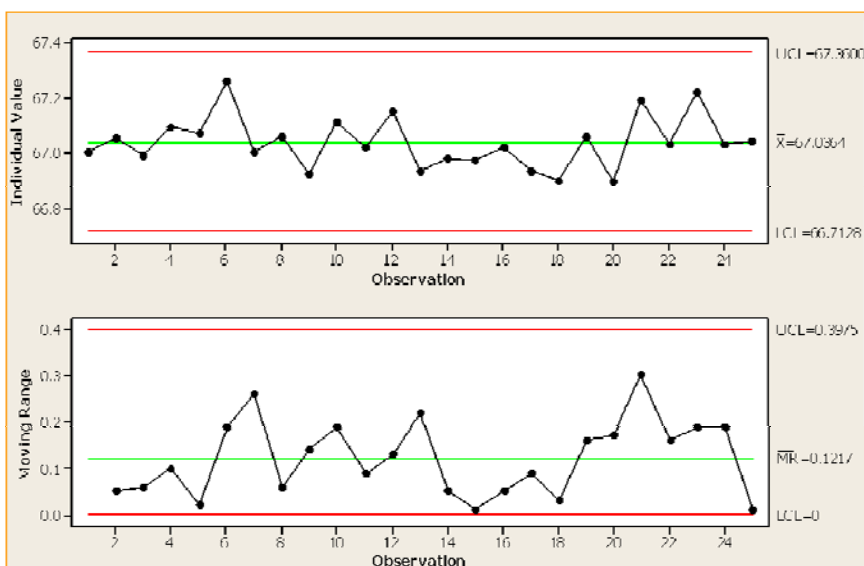
实例：单值移动极差控制图

在炼钢过程中，需要对某种化学成分进行控制，由于化学成分的化验需要很长时间，试采用单值移动控制图对其控制。

组号	测定值 x	移动极差 R_{si}	组号	测定值 x	移动极差 R_{si}
1	67.00	-	14	66.98	0.05
2	67.05	0.05	15	66.97	0.01
3	66.99	0.06	16	67.02	0.05
4	67.09	0.10	17	66.93	0.09
5	67.07	0.02	18	66.90	0.03
6	67.26	0.19	19	67.06	0.18
7	67.00	0.26	20	66.89	0.17
8	67.06	0.06	21	67.19	0.30
9	66.92	0.14	22	67.03	0.16
10	67.11	0.19	23	67.22	0.19
11	67.02	0.09	24	67.03	0.19
12	67.15	0.13	25	67.04	0.01
13	66.93	0.22	小计	1676.01	2.94



49



50

7.3 计数值控制图

■ 计数值数据

- 一计点值数据（缺陷）
- 一计件值数据（不良品）

假设的统计分布：

- a) p & np 控制图数据假设服从二项分布
- b) u & c 控制图数据假设服从Poisson分布

■ 不良品率控制图（p图）

■ 不良品数控制图（np图）

注意：

有缺陷的产品可能是由一个或多个缺陷造成的

■ 缺陷数控制图（c图）

■ 单位缺陷（DPU）控制图（u图）



51

1、计数值控制图的统计原理

■ 计件值数据服从二项分布：

- 以不合格品为例，其分布中心为 $n\bar{p}$ ，标准差为 $\sqrt{np(1-p)}$ ，二者是相关的数据。因此，进行质量控制时，只要控制它的分布中心，其标准差也能同时受控。

■ 计点值数据服从泊松分布

- 以缺陷数据为例，其分布中心为 \bar{c} ，标准差为 $\sqrt{\bar{c}}$ ，二者也是相关的数据。因此进行质量控制时，只需要控制分布中心即可。

- 综上所述，计数值控制图只需要控制质量数据的分布中心，就能使生产过程达到受控的目的。



52

2、计数值控制图的步骤

- 1.确定控制的属性
- 2.确定抽样方案
- 3.搜集数据
- 4.计算中心线和控制限
- 5.绘制控制图
- 6.描点，并在必要的情况下重新计算中心线和控制限



53

3、不良品率控制图—p图

步骤1 确定控制的属性

若控制的属性是不良品率，可采用p图

步骤2 确定抽样方案

- 样本含量n应足够大，满足 $n\bar{p} \geq 5$

- 若初始建立控制图，应至少抽25组样本

步骤3 搜集数据

搜集原始数据的表格应包括以下四列：

- 样本号
- 样本含量（n）
- 样本中的不良品数
- 样本不良品率



54

步骤4 计算中心线和控制限

$$CL = \bar{p}$$

$$UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

*LCL若为负数，则取为零



55

步骤5 绘制控制图

1. 绘制X轴和Y轴

- X轴表示样本号
- Y轴表示不良品率
- 三条线之间的距离要足够大，以便描点

2. 将中心线绘成实线

- 在中心线右侧标明中心线 的大小

3. 将控制限绘制成虚线

- 在控制限右侧标明上下控制限的数值

4. 加上标题和每组样本含量的标注（若样本含量不全相等）



56

步骤6 描点，并在必要时重新计算中心线 和控制限

- 若发现有的点超出控制限，首先应查明系统性原因，一旦找到原因，剔除该样本，重新计算中心线和控制限



57

样本含量不等时p图控制限的建立问题

- 有时抽样难以保证每个样本的含量相等，而p图的控制限与n有关，不同样本含量的控制限也会不同。
- 当 $0.75\bar{n} \leq n_i \leq 1.25\bar{n}$ 时，可以考虑用 \bar{n} 来计算控制限
- 当 n_i 活动太大时，每个样本点的控制限不同，控制限为锯齿形



58

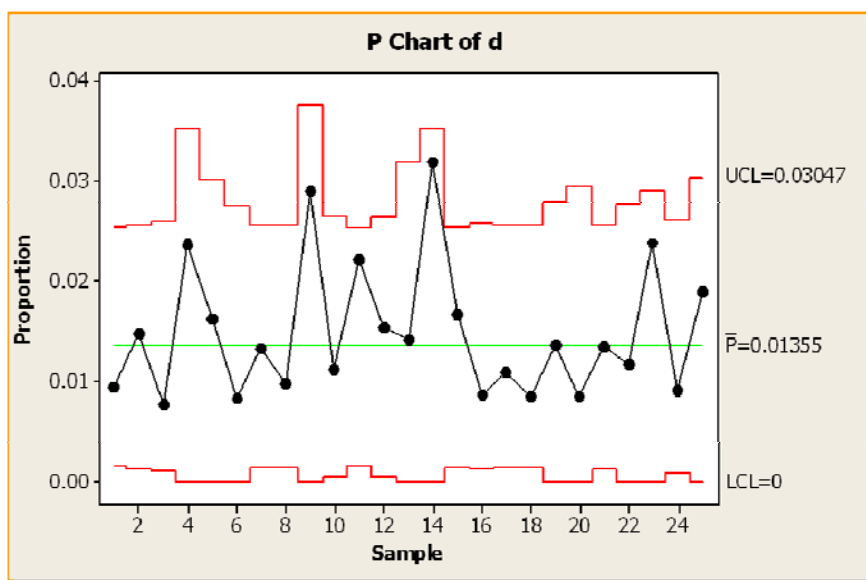
实例：p图

- 某产品验收的交验批批量不等，试用不合格品率控制图对其批质量进行控制。

样本号	样本容量(n)	不合格品数(d)	不合格品率(p)%	UCL(%)	LCL(%)
1	835	8	1.0	2.55	0.15
2	808	12	1.5	2.57	0.13
3	780	6	0.8	2.58	0.12
4	252	6	2.4	3.52	---
5	430	7	1.6	3.02	---
6	600	5	0.8	2.75	---
7	822	11	1.3	2.56	0.14
8	814	8	1.0	2.56	0.14
9	206	6	2.9	3.75	---
10	703	8	1.1	2.65	0.05
11	850	19	2.2	2.53	0.17
12	709	11	1.6	2.65	0.05
13	350	5	1.4	3.10	---
14	250	8	3.2	3.54	---
15	830	14	1.7	2.55	0.15
16	798	7	0.9	2.57	0.13
17	813	9	1.1	2.56	0.14
18	818	7	0.9	2.56	0.14
19	581	8	1.4	2.79	---
20	464	4	0.9	2.95	---
21	807	11	1.4	2.57	0.13
22	595	7	1.2	2.76	---
23	500	12	2.4	2.89	---
24	760	7	0.9	2.60	0.10
25	420	8	1.9	3.03	---
合计	15795	214			



59



60

4、不良品数控制图—np图

■ np图（包括以后的u图和c图）的建立步骤和p图相同

■ np图的样本含量必须固定

■ 对样本含量的要求：

□ 初始建立np图时同样需要抽到25个以上的样本 $np \geq 5$



61

$$CL = n\bar{p}$$

$$UCL = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \quad (\text{四舍五入})$$

$$LCL = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \quad (\text{四舍五入})$$

若 $LCL < 0$, 令 $LCL = 0$



62

实例：np图

- 某厂生产一种零件，规定每天抽100件为一个样本，试用pn控制图对其质量进行控制

某零件的不合格品数数据表

样本号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
不合格品数 p_n	3	4	0	4	3	3	2	2	2	5	4	1	1	2	0	3	0	6	0	4	4	1	0	6	4

样本容量 n_i 均为 100 样本组数 $k=25$ 不合格品总数 $\sum_{i=1}^k D_i = 64$

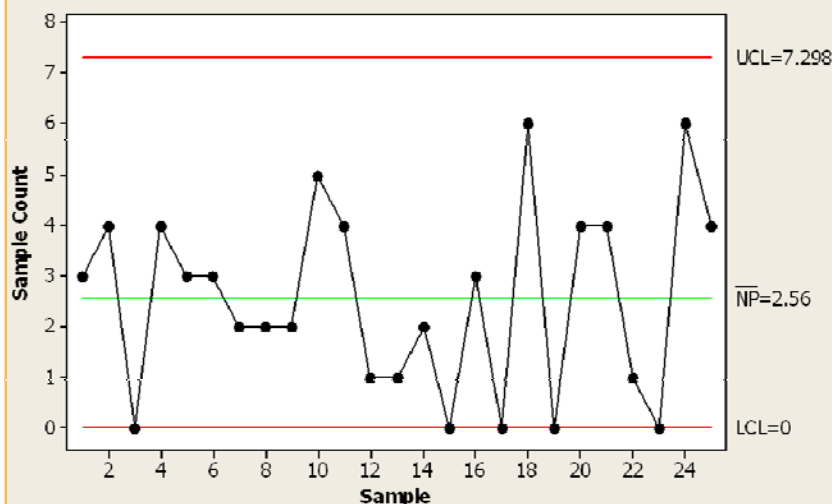
$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^k D_i}{\sum_{i=1}^k n_i} = \frac{\text{不合格品总数}}{\text{检查样品总数}} = \frac{64}{2500} = 0.0256$$



天津大学

63

NP Chart of d



天津大学

64

请使用黑珠游戏数据建立np图

黑珠实验

姓名	第1天	第2天	第3天	第4天	平均
小张	6	6	8	4	6
老马	8	9	6	4	6.75
小马	10	10	9	7	9
小韩	11	16	6	10	10.75
小刘	15	6	3	4	7
小曹	9	12	10	5	9
平均	9.833	9.833	7	5.667	8.08333



5、缺陷数控制图（c图）和单位缺陷数控制图（u图）

- 当样本容量n相同时，可以用c控制图来控制产品的缺陷数。如可用c图来控制铸件的砂眼、气孔、缩孔、渣孔、粘砂、冷陷；喷漆件表面的斑点等缺陷数
- 在样本容量不固定时，可利用经计算后的单位缺陷数控制图进行质量控制

$$CL = \bar{c}$$
$$UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$
$$LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

$$CL = \bar{u}$$
$$UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$
$$LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$



实例：c图

■ 一共检查了20个铸件，每个铸件上的缺陷数如表所示

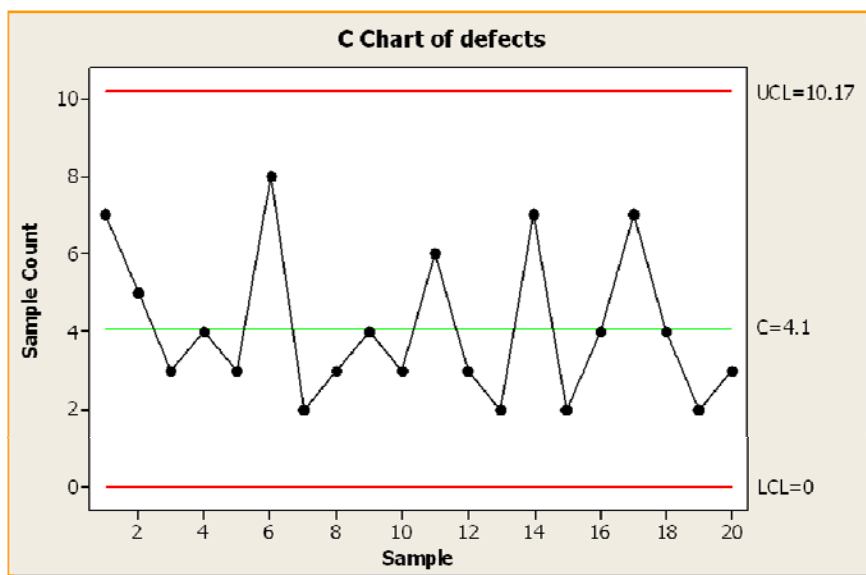
样本号	缺陷数 (c)	样本号	缺陷数 (c)	样本号	缺陷数 (c)
1	7	8	3	15	2
2	5	9	4	16	4
3	3	10	3	17	7
4	4	11	6	18	4
5	3	12	3	19	2
6	8	13	2	20	3
7	2	14	7	合计	82

$$\bar{c} = \frac{\sum c}{k} = \frac{\text{样本中的总缺陷数}}{\text{样本组数}} = \frac{82}{20} = 4.1$$



天津大学

67



天津大学

68

实例：u图

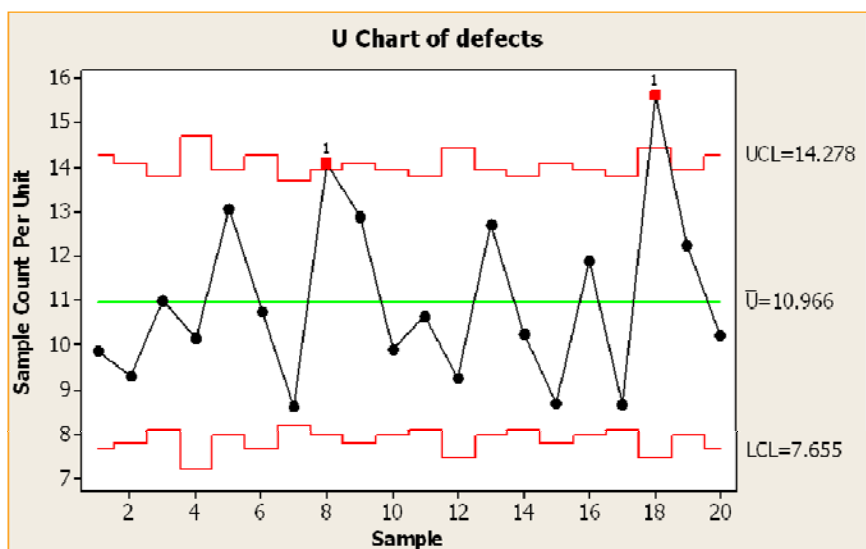
- 用单位缺陷数控制图（u图）对某电子仪器组装车间的焊接质量进行控制

$$\bar{u} = \frac{\sum c}{\sum n} = \frac{\text{样本中的总缺陷数}}{\text{样本总数}} = \frac{2270}{207} \approx 11$$

组号	检验台数n	焊接不良数C	平均每台不良数u	UCL	LCL
1	9	89	9.9	14.3	7.7
2	10	93	9.3	14.1	7.8
3	12	132	11.0	13.8	8.1
4	7	71	10.1	14.7	7.2
5	11	144	13.1	14.0	8.0
6	9	97	10.8	14.3	7.7
7	13	112	8.6	13.7	8.2
8	11	155	14.1	14.0	8.0
9	10	129	12.9	14.1	7.8
10	11	109	9.9	14.0	8.0
11	12	128	10.7	13.8	8.1
12	8	74	9.3	14.5	7.5
13	11	140	12.7	14.0	8.0
14	12	123	10.3	13.8	8.1
15	10	87	8.7	14.1	7.8
16	11	131	11.9	14.0	8.0
17	12	104	8.7	13.8	8.1
18	8	125	15.6	14.5	7.5
19	11	135	12.3	14.0	8.0
20	9	92	10.2	14.3	7.7
合计	207	2270			



69



70

6、应用控制图的几个问题

- 对所控制的质量特性有充分的理解
- 过程能力要充足
- 尽量使用计量值控制图
- 要进行变异来源分析（注意：传统休哈特控制图只适用于单一变异来源的工序）
- 要认识到控制图不可避免的两种风险
- 要对“统计受控”有正确的理解



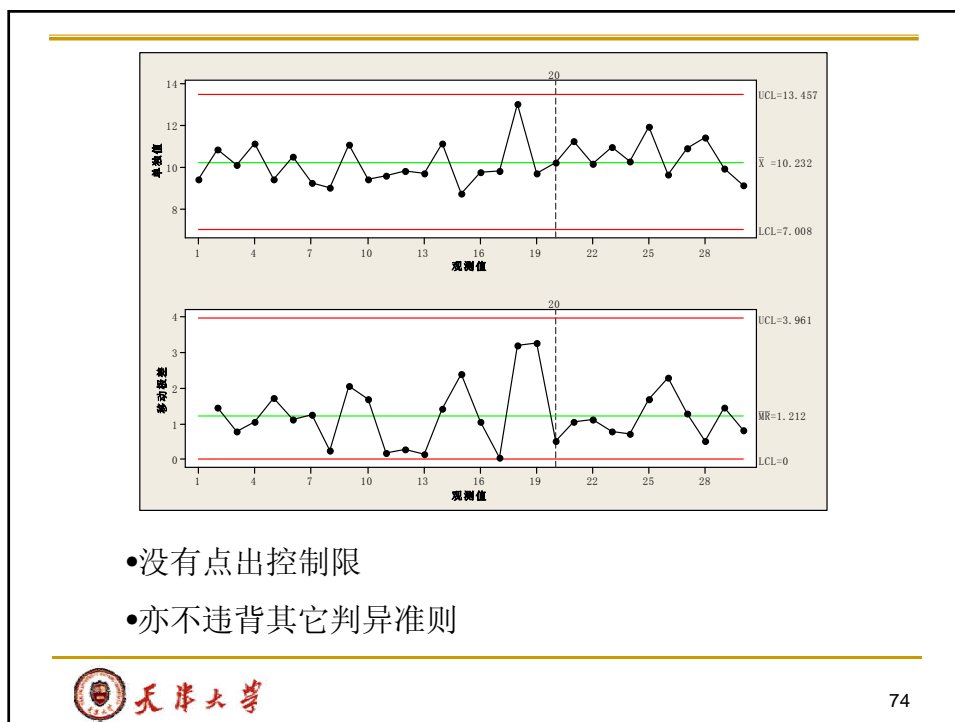
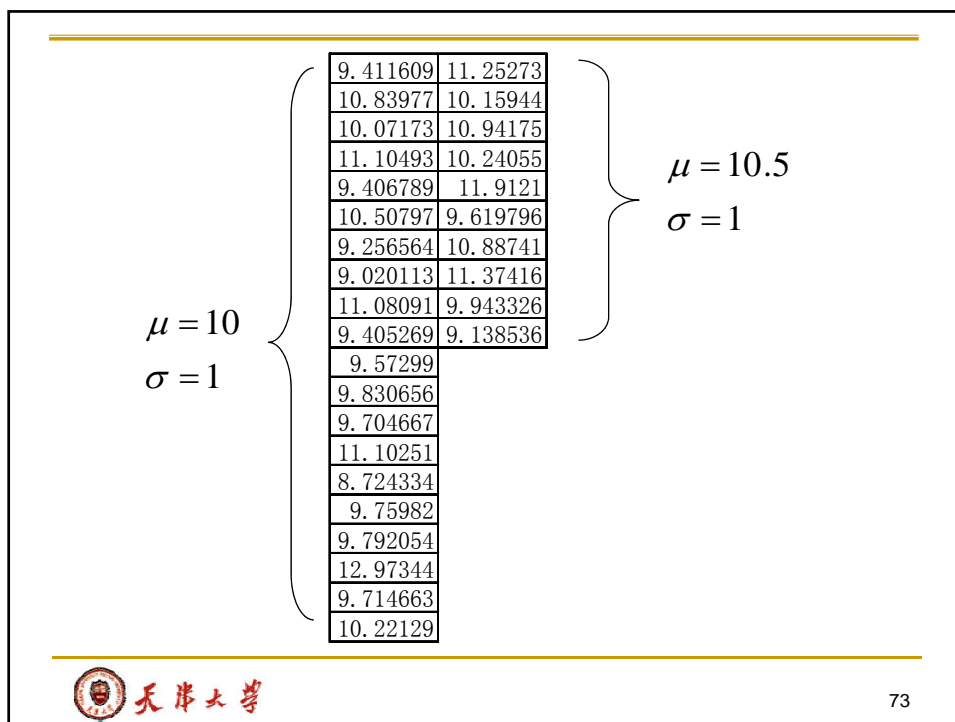
71

8 Cumulative-Sum控制图

- Shewhart控制图的不足
 - 仅依赖最近的点来判定过程而忽略所有点所包含的信息
 - 相对而言，对于过程较小（小于 1.5σ ）的波动不太敏感
- 当对较小波动比较关注时，可用
 - CUSUM控制图
 - EWMA控制图



72



8.1 CUSUM控制图

- 1954年由Page提出
- 计量值均值和标准差CUSUM控制图
- 计点值CUSUM控制图
- 计件值CUSUM控制图



75

CUSUM控制图的设计思想

- 当过程稳态时，CUSUM统计量 S_i 是一个在0附近随机波动的变量，即以0为均值的随机变量
- 若过程出现偏移，偏移后的过程均值上升大于 T ，那么这个向上的、正的偏移就会累积到 S_i 中，反之亦然

$$S_i = \sum_{j=1}^i (\bar{x}_j - T)$$



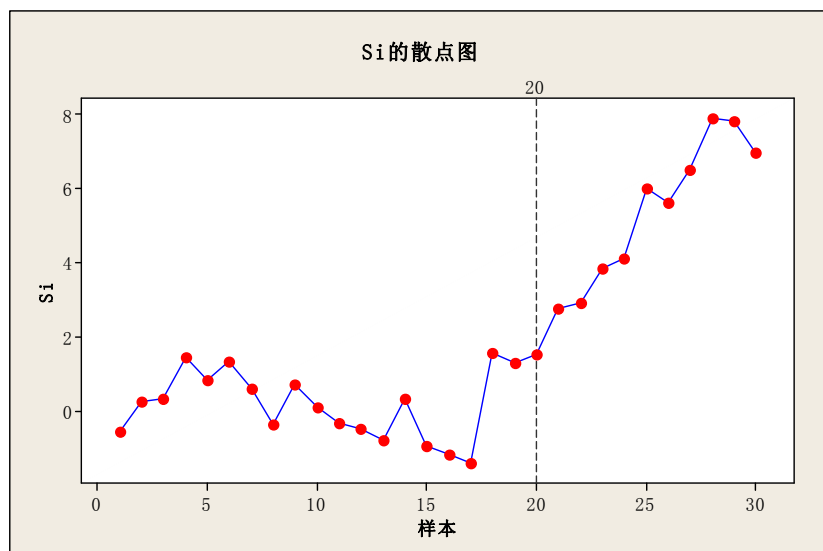
76

样本	x_i	$x_i - T$	S_i
1	9.411609	-0.58839	-0.58839
2	10.83977	0.839771	0.25138
3	10.07173	0.071726	0.323106
4	11.10493	1.104926	1.428031
5	9.406789	-0.59321	0.834821
6	10.50797	0.507974	1.342794
7	9.256564	-0.74344	0.599358
8	9.020113	-0.97989	-0.38053
9	11.08091	1.080906	0.700377
10	9.405269	-0.59473	0.105647
11	9.57299	-0.42701	-0.32136
12	9.830656	-0.16934	-0.49071
13	9.704667	-0.29533	-0.78604
14	11.10251	1.102505	0.316466
15	8.724334	-1.27567	-0.9592
16	9.75982	-0.24018	-1.19938
17	9.792054	-0.20795	-1.40733
18	12.97344	2.973443	1.566118
19	9.714663	-0.28534	1.280781
20	10.22129	0.221288	1.502069

样本	x_i	$x_i - T$	S_i
21	11.25273	1.252725	2.754794
22	10.15944	0.159437	2.914231
23	10.94175	0.941751	3.855982
24	10.24055	0.240554	4.096536
25	11.9121	1.912098	6.008633
26	9.619796	-0.3802	5.628429
27	10.88741	0.887412	6.515842
28	11.37416	1.374158	7.89
29	9.943326	-0.05667	7.833326
30	9.138536	-0.86146	6.971862



77



78

本章完，谢谢各位！

地 址：天津大学管理学院
邮 编：300072
Email: shi@tju.edu.cn

天津大学质量管理课程组