

# SPC

# 实战

SPC SHIZHAN

文放怀 主编

广东省出版集团 广东经济出版社

新  
工  
厂  
管  
理

6

# 全国Mini-MBA职业经理双证班



精品课程 权威双证 全国招生 请速充电

教委批准成立正规管理类教育机构，近 20 年实战教育经验，值得信赖！（教证：0000154160 号）

全国迷你 MBA 职业经理双证书班<sup>®</sup>，全国招生，毕业颁发双证书，近期开课。咨询电话：13684609885

## 招生专业及其颁发证书

认证项目	颁发双证	学费
全国《职业经理》MBA 高等教育双证书班	高级职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《人力资源总监》MBA 双证书班	高级人力资源总监职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修证书	1280 元
全国《生产经理》MBA 高等教育双证班	高级生产管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《品质经理》MBA 高等教育双证班	高级品质管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《营销经理》MBA 高等教育双证班	高级营销经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《物流经理》MBA 高等教育双证班	高级物流管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《项目经理》MBA 高等教育双证班	高级项目管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《市场总监》MBA 高等教育双证书班	高级市场总监职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《酒店经理》MBA 高等教育双证班	高级酒店管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《企业培训师》MBA 高等教育双证班	企业培训师高级资格认证毕业证书+2 年制 MBA 高等教育研修证书	1280 元
全国《财务总监》MBA 高等教育双证班	高级财务总监职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《营销策划师》MBA 双证书班	高级营销策划师高级资格认证证书+2 年制 MBA 高等教育研修证书	1280 元
全国《企业总经理》MBA 高等教育双证班	全国企业总经理高级资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《行政总监》MBA 高等教育双证班	高级行政总监职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《采购经理》MBA 高等教育双证班	高级采购管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《医院管理》MBA 高等教育双证班	高级医院管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《IE 工业工程管理》MBA 双证班	高级 IE 工业工程师职业资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《企业管理咨询师》MBA 双证班	高级企业管理咨询师资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《工厂管理》MBA 高等教育双证班	高级工厂管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元



### 【授课方式】 全国招生、函授学习、权威双证

我校采用国际通用3结合的先进教育方式授课：远程函授+视频光盘+网络学院在线辅导（集中面授）



### 【颁发证书】 学员毕业后可以获取权威双证书与全套学员学籍档案

- 1、毕业后可以获取相应专业钢印《高级职业经理资格证书》；
- 2、毕业后可以获取2年制的《MBA研究生课程高等教育研修结业证书》；



### 【证书说明】

- 1、证书加盖中国经济管理大学钢印和公章（学校官方网站电子注册查询、随证书带整套学籍档案）；
- 2、毕业获取的证书与面授学员完全一致，无“函授”字样，与面授学员享有同等待遇，



### 【学习期限】 3个月（允许有工作经验学员提前毕业，毕业获取证书后学校仍持续辅导2年）



### 【收费标准】 全部费用1280元（含教材光盘、认证辅导、注册证书、学籍注册等全部费用）

函授学习为你节省了大量的宝贵的学习时间以及昂贵的MBA导师的面授费用，是经理人首选的学习方式。



### 【招生对象】

- 1、对管理知识感兴趣，具有简单电脑操作能力（有2年以上相应工作经验者可以申请提前毕业）。
- 2、年龄在20—55岁之间的各界管理知识需求者均可报名学习。



### 【教程特点】

- 1、完全实战教材，注重企业实战管理方法与中国管理背景完美融合，关注学员实际执行能力的培养；
- 2、对学员采用1对1顾问式教学指导，确保学员顺利完成学业、胸有成竹的走向领导岗位；
- 3、互动学习：专家、顾问24小时接受在线教学辅导+每年度集中面授辅导



### 【考试说明】

1. 卷面考核：毕业试卷是一套完整的情景模拟试卷（与工作相关联的基础问卷）
2. 论文考核：毕业需要提交2000字的论文（学员不需要参加毕业论文答辩但论文中必修体现出5点独特的企业管理心得）
3. 综合心理测评等问卷。



### 【颁证单位】

中国经济管理大学经中华人民共和国香港特别行政区批准注册成立。目前中国经济管理大学课程涉及国际学位教育、国际职业教育等。学院教学方式灵活多样，注重人才的实际技能的培养，向学员传授先进的管理思想和实际工作技能，学院会永远遵循“科技兴国、严谨办学”的原则不断的向社会提供优秀的管理人才。



### 【主办单位】

美华管理人才学校是中国最早由教委批准成立的“工商管理MBA实战教育机构”之一，由资深MBA教育培训专家、教育协会常务理事徐传有老师担任学校理事长。迄今为止，已为社会培养各类“能力型”管理人才近10万余人，并为多家企业提供了整合策划和企业内训，连续13年被教委评选为《优秀成人教育学校》《甲级先进办学单位》。办学多年来，美华人独特的教学方法，先进的教学理念赢得了社会各界的高度赞誉和认可。



【咨询电话】13684609885 0451--88342620

【咨询教师】王海涛 郑毅

【学校网站】<http://www.mhgy.net>

【咨询邮箱】[xchy007@163.com](mailto:xchy007@163.com)



## 【报名须知】

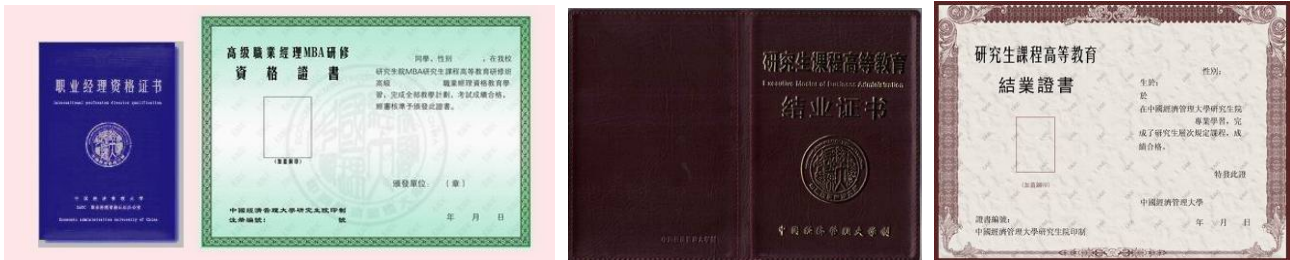
- 1、报名登记表格下载后详细填写并发邮件至 [xchy007@163.com](mailto:xchy007@163.com) (入学时不需要提交相片，毕业提交试卷同时邮寄4张2寸相片和一张身份证复印件即可)
- 2、交费后请及时电话通知招生办确认，以便于收费当日学校为你办理教材邮寄等入学手续。



## 【证书样本】(全国招生 函授学习 权威双证 请速充电)

(高级职业经理资格证书样本)

(两年制研究生课程高等教育结业证书样本)



## 【学费缴纳方式】(请携带本人身份证到银行办理交费手续，部分银行需要查验办理者身份证)

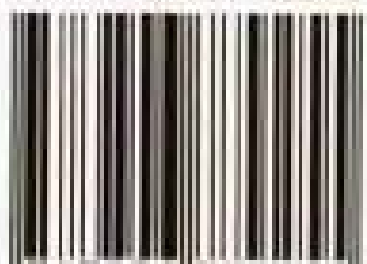
方式一	学校地址	<p>邮寄地址：哈尔滨市道外区南马路 120 号职工大学 109 室</p> <p>邮政编码：150020      收件人：王海涛</p>
方式二	学校帐号 (企业账户)	<p>学校帐号：184080723702015    账号户名：哈尔滨市道外区美华管理人才学校</p> <p>开户银行：哈尔滨银行中大支行    支付系统行号：313261018034</p>
方式三	交通银行 (太平洋卡)	<p>帐号：40551220360141505      户名：王海涛</p> <p>开户行：交通银行哈尔滨分行信用卡中心</p>
方式四	邮政储蓄 (存折)	<p>帐号：602610301201201234      户名：王海涛</p> <p>开户行：哈尔滨道外储蓄中心</p>
方式五	中国工商银行 (存折)	<p>帐号：3500016701101298023    户名：王海涛</p> <p>开户行：哈尔滨市道外区靖宇支行</p>
方式六	建设银行帐户 (存折)	<p>中国人民建设银行帐户（存折）： 1141449980130106399</p> <p>用户名：王海涛</p>
方式七	农业银行帐户 (卡号)	<p>农业银行帐户（卡号）： 6228480170232416918    用户名：王海涛</p> <p>农行卡开户银行：中国农业银行黑龙江分行营业部道外支行景阳支行</p>
方式八	招商银行 (卡号)	<p>招商银行帐户（卡号）： 6225884517313071      用户名：王海涛</p> <p>招商银行卡开户银行：招商银行哈尔滨分行马迭尔支行</p>

可以选择任意一种方式缴纳学费，收到学费当天，学校就会用邮政特快的方式为你邮寄教材、考试问卷以及收费票据。

主编：刘世平 执行编辑：刘世平 商务印书馆·国际部

随着管理工作的日益复杂和工作压力的加大，管理人员需要的是能够立竿见影、行之有效的实用管理技术和规范的管理方法。《新工厂管理》丛书正是满足这种需要的工具书。

ISBN 7-80677-925-6



9 787806 779255 >

ISBN 7-80677-925-6/F·1171

本册定价：22.00元 全套：88.00元

全国职业经理MBA双证班 教材讲义下载

网址：[www.mhgy.net](http://www.mhgy.net)

中国职业经理MBA双证班

# SPC

# 实战

SPC SHIZHAN

文放怀 主编

广东省出版集团 广东经济出版社

新  
工  
厂  
管  
理

6

## 图书在版编目 (CIP) 数据

SPC 实战/文放怀主编. —广州: 广东经济出版社, 2005.2  
(新工厂管理⑥)

ISBN 7-80677-925-6

I. S… II. 文… III. 统计控制: 过程控制 IV. F213.9

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 141896 号

出版 发行	广东经济出版社 (广州市环市东路水荫路 11 号 5 楼)
经销	广东新华发行集团股份有限公司
印刷	湛江日报社印刷厂 (湛江赤坎康宁路 17 号)
开本	889 毫米 × 1194 毫米 1/32
印张	8.75 2 插页
字数	184 000 字
版次	2005 年 2 月第 1 版
印次	2005 年 2 月第 1 次
印数	1 ~ 5 000 册
书号	ISBN 7-80677-925-6/F·1171
定价	本册定价 22.00 元 全套 88.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与承印厂联系调换。

发行部地址 广州市合群一马路 111 号省图批 107 号

电话: (020) 83780718 83790316 邮政编码: 510100

邮购地址: 广州市越秀中路 125 号大院八号 邮政编码: 510055

广东经济出版社读者服务有限公司 电话: (020) 83801011 83803689

本社网址: [www.sun-book.com](http://www.sun-book.com)

·版权所有 翻印必究·

## 《新工厂管理》丛书

- ① 《如何推行6S/7S》
- ② 《企业管理方法和工具精选》
- ③ 《如何成长为优秀班组长》
- ④ 《新品管手法》
- ⑤ 《业务员完全手册》
- ⑥ 《SPC实战》
- ⑦ 《六西格玛入门》
- ⑧ 《QCC推行实务》

### 《SPC实战》

统计过程控制(SPC)是休哈特博士的经典之作,自1924年提出以来,至今没有人产生怀疑或提出新的控制方法。3 $\sigma$ 原理是我们区分过程是否变异的有效工具。本书对SPC控制图进行了——解析,并结合Minitab软件进行了全解演示,可作为六西格玛项目管理和过程控制的参考用书。

- SPC,可区分普通原因和特殊原因
- SPC,可区分过程是稳定或异常
- SPC,可控制六西格玛改善所取得的成果





## 文放怀

新工厂管理专家。六西格玛管理专家。中国企业联合会管理培训中心客座教授。在美国、美国PILSE、美国亿利达等企业长期从事高质生产质量管理及技术管理。有较深的造诣和丰富的实践经验。已出版《现代企业品质管理技术》、《6SIGMA品质管理》、《6SIGMA设计实施》、《服务业六西格玛管理实施》等10多部专著。曾受邀于中山大学管理学院、华南理工大学等多家单位进行6SIGMA管理培训和讲座。曾参与台湾中山铝业公司、香港德高公司、深圳移动、河南心连心化工、广市东泰集团等多家企业的六西格玛项目辅导并取得较大财务收益。

相关网址：[www.6SigmaMBAs.com](http://www.6SigmaMBAs.com)

# 总序

## 新工厂，新管理

随着全球化进程的加快和知识经济时代的到来，越来越多的企业感到了生存的压力。面对新经济形势下的残酷竞争，我们只能勇敢地挑战生存极限，设法改变生存环境，加强管理，苦练内功，树立核心竞争力。新工厂，新管理。为此，我们编撰出版了《新工厂管理》丛书，希望对提高工厂的管理水平有所帮助。

### 一、21 世纪的工厂管理，基础管理是关键

基础管理是 21 世纪工厂赖以生存的基本条件，基础打不好，企业总体素质提不高，企业的生存空间就会越来越小。日本企业在基础管理方面做了一些创造性的工作，堪称国内企业的典范。

日本企业非常关注 5S、TPM 和 QCC。5S 是一个企业的基本立足点，5S 做不好，企业管理一团糟，任何管理都无从谈起。做了 5S，不做 6S，安全无保证，事故常发，企业同样难以为继。做好 6S，不做 7S，企业浪费问题成堆，跑冒滴漏，企业获利就难以实现。做好 5S/6S/7S 的同时，如果不做 TPM，企业设备综合效率低，每天生产打打停停，设备保养费用居高不下，人员素质低下，各种浪

费丛生,企业的获利空间同样将十分有限。做了 TPM,如果不做 QCC,企业品质上不去,客户退货率增加,企业产品的市场占有率将会越来越低

只有狠抓基础管理,从现场、设备、品质等方面全方位地努力,使每一位员工都参与到工厂的管理活动中来,提出合理化建议,才能改善企业内部的各项薄弱环节,提高企业机体和人员素质,营造积极向上的企业文化。这是世界优秀企业的成功秘诀,也是中国企业成功的必由之路。

## 二、21 世纪工厂管理,过程管理是关键

关于过程管理、流程再造,早在 20 世纪的美国就做了这方面的努力。一个企业有各种各样的流程(过程),如果流程效率低下,企业营运成本增高,人浮于事,官僚主义盛行,就会极大地阻碍企业的发展和进步。因此,要找出企业的核心流程,绘制高水平的流程图,找到制约企业发展的瓶颈,对流程进行有针对性的再造或再设计。

设计好新的流程后,要加强过程管理,使过程能力满足企业的设计要求,对不能满足要求的过程能力进行优化和改善。在这方面,美国企业有成功的经验:一是流程再造,一是六西格玛流程再设计和优化,值得我们借鉴。因此,为了在激烈的市场竞争中占有一席之地,中国企业加快企业流程再造和六西格玛设计优化的步伐,是很有必要的。

## 三、21 世纪工厂管理,领导作用是关键

企业能否生存下去,领导扮演着十分重要的角色。管



理者有没有领导力、执行力和决策力，是能否管好企业的分界线。一个卓越的领导者所应该具备的基本素质（5E）是：远见卓识的眼力（Envision），影响团队的魅力（Energize），大胆开拓的魄力（Eager），快速行动的执行力（Execute），开诚布公的道德力（Ethics）。

如何成为一名优秀的管理者呢？关键是要用领导力去教育人，用执行力去说服人，用决策力去影响人，如此你的团队才会成为优秀的团队，你的企业才会成为优秀的企业。

#### 四、21 世纪工厂管理，变革管理是关键

“不变革就会死亡”21 世纪工厂管理十分强调变革管理，企业的生存环境日益复杂，顾客需求多样化、个性化，也相应地要求供应链管理越来越快捷化、低成本化、信息化。加速企业内部变革管理，优化业务流程，重新整合企业资源，加快企业内的信息化步伐，是企业成功的根本保证。

21 世纪，市场竞争日趋白热化。随着企业管理工作的日益复杂和管理工作压力的加大，管理人员需要的是能够立竿见影、行之有效的实用管理技术以及规范化的管理方法。《新工厂管理》丛书正是满足管理者这种需要的工具书。

文教怀

2005 年 1 月于深圳





统计过程控制（SPC）理论是美国的休哈特博士在1924年提出来的，历经了近一个世纪的风风雨雨，SPC理论仍然被企业的管理者和工程师奉为圭臬，SPC仍然是经典的过程控制方法。

休哈特博士提出：“一切制造过程所呈现出的波动分量有两个。第一个分量是过程内部引起的稳定分量（即偶然波动），第二个分量是可查明原因的间断波动（即异常波动）。”“那些可查明原因的波动可用有效方法加以发现，并可以被剔除，但偶然波动不会消失，除非改变基本过程。”“基于 $3\sigma$ 限的控制图可以把偶然波动与异常波动区分开来。”这三句话勾勒出控制图的基本原理。

SPC理论自发明以来得到美国各大公司的广泛应用，特别是世界三大汽车供应商将SPC作为QS 9000的必备工具加以要求，并将其作为评估供应商的一个重要尺度。20世纪60年代戴明博士到日本讲学，更是将SPC理论向日本工业界推广，取得较好的效果。ISO 9000质量管理体系认证也将SPC纳入标准之中。因此，SPC推广应用有了长足的发展。然而，国内推广应用SPC还存在如下主要问题：

### 一、SPC普及应用率不高

国内企业SPC普及应用率并不太高，即使是通过

ISO 9000的企业,也有不应用 SPC 的情形,何况没有通过 ISO 9000 的企业。有的企业即使在用,也应用得不完全,只有局部使用。因此应该加大 SPC 普及推广应用的力度,扩大 SPC 应用面,提高我国的质量管理水平。

## 二、SPC 形同虚设

国内有些企业即使在用,作 SPC 也只是为了应付 ISO 9000/QS 9000或客户的审查,没有把它作为一种过程改善的工具,有的控制限长年不变,有的  $C_{pk}$  很高,其过程绩效差强人意。这都是管理水平低,把 SPC 当摆设的结果。

## 三、SPC 管理程序不完善

SPC 管理程序不完善是比较普遍的现象。企业根本没有把 SPC 当一回事来做,不按程序文件办事,没有 SPC 控制程序,没有 SPC 报告,没有失控记录。因此,在这方面有待加强。

SPC 普及推广应用是一项长期的工作。提高国内企业统计管理技术的应用水平,是每一个质量管理工作者义不容辞的责任。吾辈努力,从现在开始。

本书就 SPC 的基本理论和方法进行论述,参考不少前辈的思想方法和观点,参考文献附于书后,在此向诸君表示诚挚的谢意

本书在成书过程中得到了广东经济出版社的赵世平编辑和张澜女士及其同仁的帮助,在此一并感谢。

由于时间仓促,书中存在有不足的地方,敬请读者和专家指正。

文敏怀

fhwen9888@163.com

2005 年 1 月于深圳

# 目 录

---

前    言 .....	【1】
第 一 章  SPC 经典实验 .....	【1】
一、休哈特实验	2
二、戴明红珠实验	3
三、戴明漏斗实验	13
第 二 章  SPC 控制图原理及原则 .....	【25】
一、SPC 控制图的基本原理	26
二、两种类型的变异	30
三、SPC 控制图的 $3\sigma$ 原理	35
四、SPC 过程控制的四种状态	40
五、两类错误及其发生概率	43
六、SPC 控制图判读原则	45

### 第三章 SPC 制作及改善 ..... 【53】

- 一、分析用控制图和控制用控制图 54
- 二、过程能力计算及分析 56
- 三、SPC 控制图的常用类型及选择 59
- 四、SPC 控制图的改善 61
- 五、SPC 控制图的适用场合 63
- 六、SPC 控制线的更新 64

### 第四章 计量型控制图 ..... 【67】

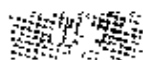
- 一、计量型控制图的使用说明 68
- 二、均值—极差控制图 71
- 三、均值—标准差控制图 81
- 四、中位数—极差控制图 85
- 五、单值—移动极差控制图 90

### 第五章 计数型控制图 ..... 【95】

- 一、计件控制图的使用要求 96
- 二、不合格品率 (P) 控制图 98
- 三、不合格品数 (nP) 控制图 103
- 四、计点控制图的使用要求 107
- 五、缺陷数 (C) 控制图 109
- 六、单位缺陷数 (U) 控制图 112

### 第六章 累积和 (CUSUM) 控制图 ..... 【119】

- 一、累积和控制图的使用条件 120
- 二、累积和的定义 120
- 三、计数累积和控制图的判定规则 122
- 四、计数累积和控制图的步骤 125





五、监控质量均值的累积和控制图	128
六、用 MINITAB 作累积和控制图	131
<b>第七章 指数加权滑动平均 (EWMA) 控制图</b>	<b>【135】</b>
一、指数加权滑动平均控制图的使用条件	136
二、指数加权滑动平均控制图的应用	137
三、用 MINITAB 制作 EWMA 控制图	139
四、EWMA 控制图与 $\bar{X}-R$ 控制图的比较	141
<b>第八章 预控制图</b>	<b>【145】</b>
一、预控制图的基本原理	146
二、预控制图的使用条件	149
三、预控制图的控制方法	150
四、预控制图对过程控制的弹性管理	151
五、预控制图在计数值过程控制中的应用	154
六、应用预控制图对操作者的要求	154
七、预控制图的优点	155
<b>第九章 多变量控制图</b>	<b>【157】</b>
一、多变量统计过程诊断理论	158
二、多变量控制图	167
<b>第十章 其他控制图</b>	<b>【179】</b>
一、偏差控制图	180
二、标准化控制图	182
三、三相控制图	185
四、标准值给定的控制图	188



<b>第十一章 SPC 统计过程及其企业诊断 .....</b>	<b>【197】</b>
一、过程能力诊断	198
二、关键过程参数能力诊断	200
三、福特完美过程诊断	201
四、理想工厂过程评价	205
<b>第十二章 过程能力分析与 SPC 在线管理 .....</b>	<b>【209】</b>
一、什么是过程能力	210
二、过程能力指数 $C_p$ 、 $C_{pk}$	210
三、过程能力指数 $C_{PM}$ 、 $C_{PMK}$	219
四、过程绩效指数 $P_p$ 、 $P_{pk}$	221
五、短期过程能力与长期过程能力	225
六、计量值过程能力与计数值过程能力	230
七、SPC 在线管理	234
<b>附 录 BIM - SPC 咨询解决方案 (PPT) .....</b>	<b>【239】</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>【263】</b>



## 第一章

# SPC 经典实验

- ✿ 休哈特实验
- ✿ 戴明红珠实验
- ✿ 戴明漏斗实验

## ● 休哈特实验

休哈特博士曾经做过一个很有趣味的实验。分别从矩形分布和三角分布的总体中，抽取  $n=4$  的样本，计算样本均值  $\bar{X}$ 。经过多次实验后发现，样本均值  $\bar{X}$  基本符合正态分布。如图 1-1 所示。

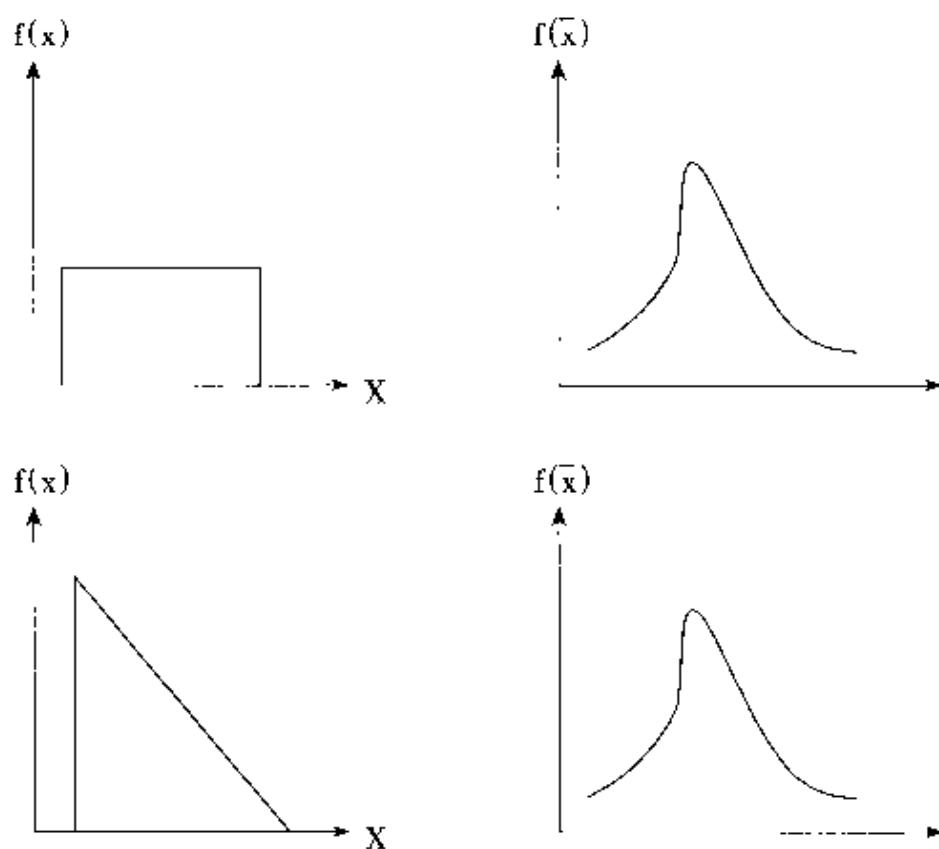


图 1-1

继休哈特之后，很多专家做了类似实验，发现无论总体服从什么样的分布，只要样本是  $n \geq 5$ ，实验次数足够多，样本  $\bar{X}$  的分布总是趋于正态分布，如图 1-2 所示。



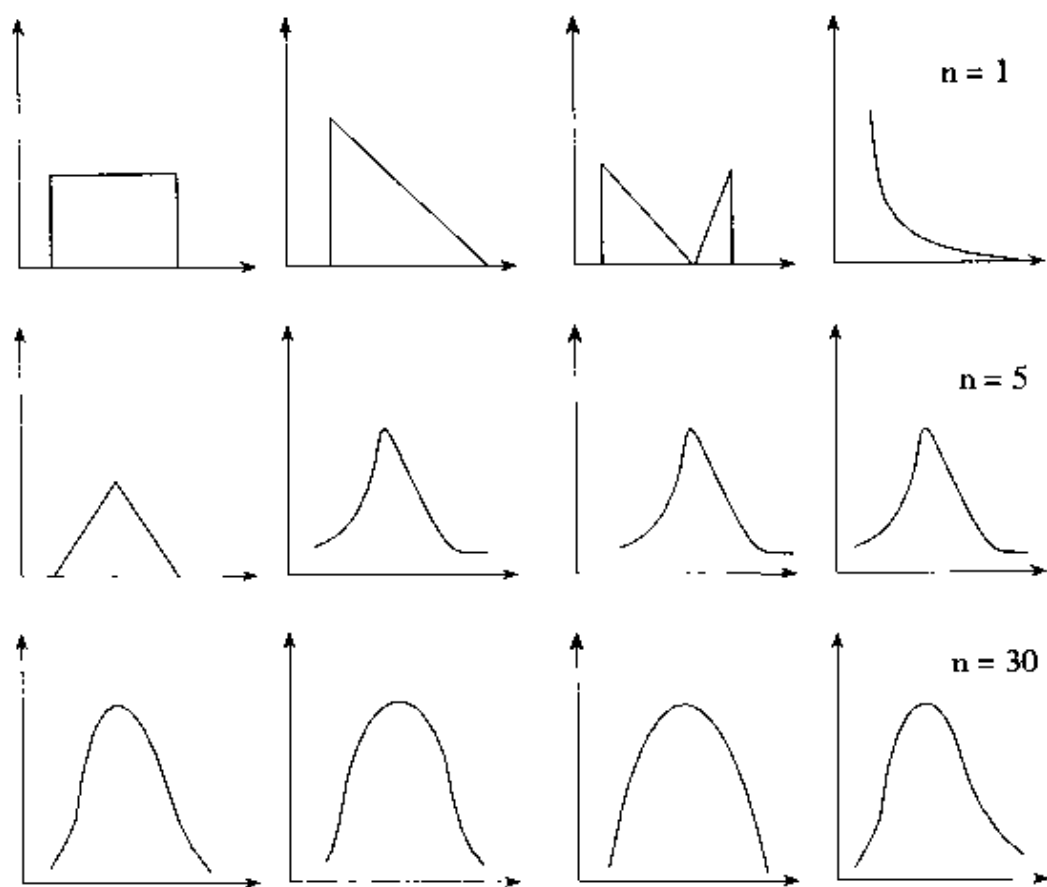


图 1-2

从上面的实验可知，无论随机变量服从何种分布（可能是连续分布，也可能是离散分布；可能是正态分布，也可能是非正态分布），随机变量之和与随机变量的均值都服从正态分布，这一定理就是我们将在第二章介绍的中心极限定理，也是 SPC 的理论基础。

## ● 戴明红珠实验

戴明红珠实验向读者展示红珠实验操作的整个过程，并总结出 14 条启示，供读者反思和了解自己的公司和手头的工作。



实验在一次研讨会中进行，由戴明担任主管的角色。实验中的其他角色，由观众中的自愿者担任。

### 1. 实验所需材料

(1) 4 000 粒木珠，直径约 3mm，其中 800 粒为红色，3 200粒为白色。

(2) 一把有 50 个孔的勺子，可盛 50 粒木珠（代表工作量）。

(3) 两个长方形容容器，其中一个可以放入另一个之中（以节省空间）。

在所有材料中，珠子（放在一个塑料袋内）以及一个勺子可以放入小容器，小容器又可以放在大容器中。容器尺寸如下：

大容器：20cm × 16cm × 8cm

小容器：19cm × 13.5cm × 6cm

进料（4 000 粒红白混合的珠子）是以上述大容器装着送达公司的。

### 2. 实验程序

根据主管说明，公司计划扩厂，以满足新顾客的需求。新顾客要的是白珠，而不接受红珠，然而进料中却混合有红珠（白珠与红珠混合）。

扩厂需要雇用 10 位新员工，其中包括：

(1) 6 位工人，雇用条件是：必须努力工作，教育程度不限，不一定有倒珠子的工作经验。

(2) 2 位检验员，要求能区分红珠和白珠，以及能够计数至 20，免经验。

(3) 1 位检验长，资格同上。

(4) 1 位记录员，要求写字工整，擅长加法和除法，反应



灵活。

6 位自愿担任工人的研讨会学员，走到台上，站在右边。

自愿担任检验员与检验长的人士走到台上，站在左边，检验长站在两位检验员的中间。

记录员也是来自观众席，站在讲台上。主管向她说明目前暂时没事可做，但薪水照领。

主管向工作人员说明，他们必须参加 3 天实习，以学习工作。在实习期间，他们可以提问题，一旦开始生产，就不得再提问题，也不得评论，而只能埋头做事。

所有的程序非常严格，不得随意变动，因而在绩效上不至于有变异。

记录员将工人、检验员以及自己的姓名记下。记录表以幻灯片的形式放映在银幕上，让在座的每位观众都可看见。

主管告知工人，他们能否保住职位完全视个人的绩效而定，解雇没有什么正式的程序，被免职者只需走下讲台结算自己的工资，台下还有成百合格的人可以替代他。

工作要求为：每位工人每天取出 50 粒珠子，两位检验员分别计算其中含有多少粒红珠，并登记在纸上，彼此不得看对方记录。

### 3. 实验步骤

(1) 混合进料。将珠子搅匀，并倒入小容器内。做法是握住大容器的宽边，将珠子由大容器边角斜倒出，不必振摇。然后再以同样的方法，将珠子由小容器倒回大容器。

(2) “产出”珠子。使用有 50 个孔的勺子取出珠子。握住勺子的长柄，把勺子插入大容器内搅拌，然后把勺子以倾斜 44 度的方式抽出，每个孔内都要有珠子。



(3) 检验。工人将“成果”带给检验员，由他们来检视“成果”，并默默地登记红珠的数目。接着由检验长比较两人的记录，如果数目不同，则必然有错；如果相同，仍然有可能两人同时数错。最后的数目以检验长的点计为准，他会大声宣布红珠数目，然后说“退下”。

(4) 记录结果。记录员在实习阶段，并不需要做记录。一旦进入正式生产，当检验长宣布结果后，她就要把红珠数目显示在银幕上。在场的每一位观众也可以自己做记录，以备往后绘制管制图之用。

主管请员工注意公司的口号和海报，这些对他们的生产会有帮助。

#### 4. 实验结果

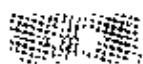
(1) 第一天：结果让主管很失望。他在一开始就已经提醒过工人，他们的工作是产出白珠而非红珠，但工人们产出的红珠数却很高。

公司实施绩效制度，要奖励绩效良好的人。显然大卫值得加薪奖励，因为他只产出 4 粒红珠，他是最佳工人。而拉瑞的绩效最差，有 12 粒红珠。

于是主管宣布限定的目标数为：每个人每天不得产出 3 粒以上的红珠。

(2) 第二天：结果又一次让主管失望，比前一天更糟。管理者也在注意这些记录，成本已超过利润了。主管对工人们说：“我在一开始就已经解释过，他们的饭碗要靠你们的绩效。可是你们的绩效一塌糊涂。看看这些数字，如果大卫昨天只能产出 4 粒红珠，其他人也应该做得到。”

主管搞糊涂了，程序如此严谨，为什么仍然有变异存在？





大卫一定是让加薪乐昏头了，因而变得十分疏忽大意，第二天竟然有 11 粒红珠。

显然拉端开始认真工作，由昨天的 12 粒红珠进步到今天的 7 粒，值得加薪奖励，是今天的最佳工人。

(3) 第三天：海报与布告都在宣示今天是公司的“零缺点日”，有乐队演奏，在公司旗旁升起国旗，前一天晚上还举行了一场狂欢晚会。

但这一天的成果让主管十分沮丧失望，在零缺点日的表现仍然没有任何起色。

主管提醒工人，管理人员在看着数字，成本已超过利润。管理者贴出布告：如果第四天没有大幅改进，公司准备要关闭工厂。你们的饭碗要靠你们自己的表现，一开始就告诉过你们了。

(4) 第四天：这一天的成果仍然没有改进，主管再次失望。但是他带来了一项消息，上级主管中有人提出一个很棒的建议，决定保留 3 位绩效最好的工人，让工厂继续营运。“想想看，太棒了！这是出自我们管理者的构想，我相信你们必定以他们为荣。3 位表现最佳者为史高、史宾以及拉瑞。他们每天上两个班次以补足产量。其他 3 位去领工资，不必再来。他们已经全力以赴，我们对他们深表谢意。”

(5) 第五天：结果并不如想像的好，主管与管理阶层同感失望。主管宣布，管理阶层决定要关厂，因为雇用最佳工人的构想，仍然没有达到预期的绩效。

## 5. 实验分析

(1) 谁是最佳工人？雇用最佳的工人，让工厂继续营运的绝妙构想，到底出了什么差错？表现最佳者在竞赛中获胜，但



这只是过去的表现。他们留下来工作，表现却令人失望，也让管理者的希望破灭了。事实上他们能在未来表现良好的几率并没有更高。

管理者的职责并非从事竞赛，管理是一种预测。

一位志愿者在做完红珠实验后，提出一些颇具启发性的想法。

“担任过红珠实验的志愿者后，我学到比统计理论更多的东西。我当时虽然知道系统不容许达到目标，但是我还是认为自己有能力做到，我也希望如此。我非常卖力去做。我感到有责任，其他人依赖我。我的逻辑和情感发生冲突，我为此深感气馁。逻辑说绝对不可能成功，情感则说只要尝试就可能成功。

事过境迁后，我思考着自己的工作状况。到底有多少时候，人们是处于自己无法掌握却试图全力以赴的状况？他们确实全力以赴。过了一阵子，他们的动力、关怀、期望，又会有什么改变？某些人会变得冷漠，撒手不管。幸好还有很多人，只要有贡献的机会与方法，还是会坚持下去。”

(2) 什么是相同的过程？思考下面的问题，可以帮助你更了解“过程”的意义。所谓“持续相同的过程”，究竟是什么意思？答案如下：

它是指相同的珠子。如果改换珠子，结果就会不同。

它是指相同的勺子。如果改换勺子，结果就会不同。

它是指相同的程序，这表示是相同的主管。主管不同将会产生相当不同的结果。

关于改换勺子，我们不妨看一下数字。关于本实验一共用过4把勺子，暂且称之为—、二、三、四。—号勺子是于1942年用铝制成的。二号勺子比较小，便于携带。三号勺子是用苹果木制的，很漂亮但稍嫌粗大。四号勺子是用白色尼龙做的。经过长时期实验的累积平均，4把勺子所得到的平均红珠数，



分别是 7.3、9.6、9.2 与 9.4。

这些勺子所得到的结果差异颇大。就像有人付钱买杂质含量 9.2% 的煤，结果收到的却含杂质 9.6%，他一定会怀疑出了什么问题。

不论用哪一把勺子，没有人能预测红珠的平均值。图 1-3 是 53 次实验中红珠的分布情形。其中有一次实验出现 20 粒红珠，比实验的管制上限超出一粒。基于对这项过程的透彻了解，那是一个“假信息”，而不是表示有什么特殊原因。

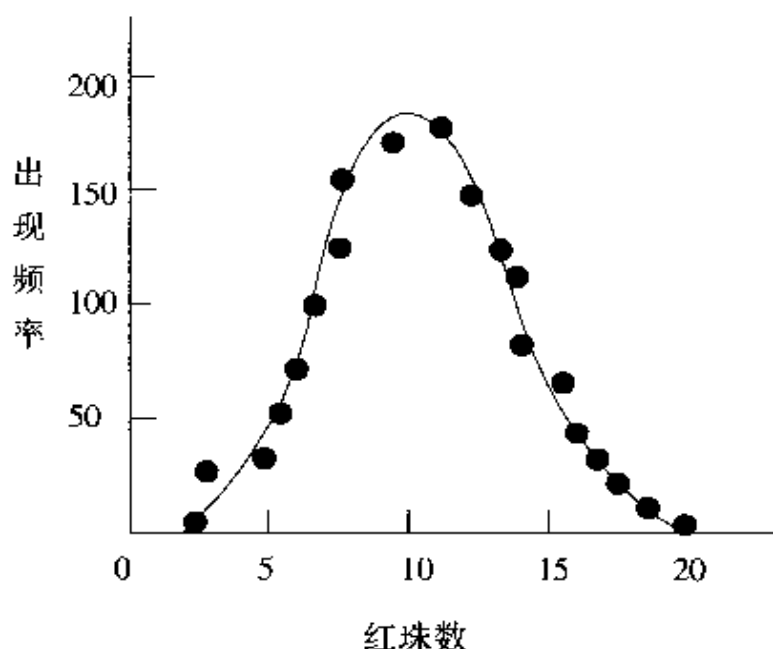


图 1-3

(3) 修正抽样方法。我们不能以进料中红珠的比率，作为预测产出中红珠比率的基础。因为工人取出的木珠，并不是由原料中取出，而是由机械抽样而得出。

日本工程师在参加 1950 年和 1951 年的八天研讨会后，开始怀疑当时由一般矿砂中抽样取得铁砂的方法。抽出的铁砂样本会交给化学家进行化验，以推定其中含铁量比率。他们要知

道的是，整船的铁砂究竟值多少钱？

当时取得样本的方式，是从一船铁砂的最表面层取出数铲作为样本。日本科技联盟大宗物资抽样委员会的主任石川馨博士发现，在红珠实验中产出红珠所占的比率，与进料中红珠所占的比率并不相同，他因此开始钻研日本所进口铁砂、煤、铜矿以及其他原料的抽样方式。该委员会针对这个问题进行研究，一些结果如表 1-1 所示。制表的日期是 1955 年，也就是在 1950 年夏天戴明第一次辅导日本工程师之后的 5 年。

表 1-1 由新旧两种抽样法所得含铁量百分比，1955 年 12 月 22 日

矿产地	等级	旧法	新法	差异
登根	A	59.95	55.33	4.62
拉纳	B	56.60	55.30	1.30
	C	59.25	58.06	1.19
萨玛	D	55.55	50.42	5.13

日本工程师想出一套搜集样本的新方法。当输送带把铁砂由船上卸下至炼钢炉或堆放地的时候，随机停止输送带而取样。如此一来，整船铁砂的每一颗粒，都有被选取为样本的机会。如果用旧方法，则只有表面的铁砂才可能成为样本。

新方法显示，等级 A 的登根矿场以及等级 D 的萨玛矿场的含铁量都降低约 5%，其他两种铁砂的含铁量则降低约 2%，这种差异值得注意。

这个委员会的方法经过持续修正，已经成为大宗物资抽样的国际标准。



## 6. 实验启示

(1) 本实验其实是一个稳定的系统。在系统维持不变的情况下，工人产出的水准及其变异是可预测的，事实上成本也是可预测的。

(2) 所有的变异：包含工人之间产出红珠数量的变异，以及每位工人每日产出红珠数量的变异，均完全来自过程本身。没有任何证据显示，哪一位工人比其他工人更高明。

(3) 工人的产出（白珠），显示为统计管制状态，也就是稳定状态。工人们已经全力以赴，在现有状况下，不可能有更好的表现。

(4) 我们可从中明白，为什么有些考绩制度或员工评鉴中，将人员、团队、销售人员、工厂、部门排序，是错误并且打击士气的做法。因为员工的表现完全与努力与否无关，所谓排序，实际上是取决于过程在人员身上的作用。

(5) 以绩效决定给付是完全没有意义的。工人的绩效如此低落，以至失去工作，完全是受到工作过程的左右。

(6) 主管给工人加薪或处罚，当作是对他们表现的奖励与惩罚。实际上他奖励与惩罚的是过程的表现，而不是工人的表现。

(7) 这个实验展示了拙劣的管理。由于程序僵化，工人根本没有机会提供改善的建议。难怪工厂会倒闭，工人会失业。

(8) 每个人在工作中都有责任去尝试改进系统，以提高自己与他人的绩效。红珠实验的工人是过程的牺牲品。在主管的规定下，他们无从改进绩效（例如以白珠替换红珠，或者以第二勺替换第一勺，都被严格禁止）。

(9) 管理者在没有任何基础的情况下，事先已经固定了白



珠的价格。

(10) 检验员彼此独立，这是正确的做法。检验员的结果一致（除了极少例外），显示检验系统是可靠的。如果检验员是共同算出红珠的数目，我们就无法说有检验系统存在，而只能说他们只会提供数字。

(11) 如果管理者能与珠子的供应商协商，降低进料中红珠的比率，将是美事一桩。

(12) 即使事先已经知道红珠在进料中所占比率（20%），对于预测产出中红珠占多少比率，并没有任何帮助。因为工人并不是随机抽出珠子，而是用一种机械的方法抽样。机械抽样不能告诉我们所抽中那批样本的内涵。不过，一批又一批抽出的红珠数，会构成一个随机过程，也就是只有共同原因或机遇原因（chance cause）的变异。

(13) 管理者认定，过去表现最佳的3位工人，在将来也会有最佳的表现，这项假设并没有任何理论依据。3位工人赢得竞赛已是过去的事，并不足以保证他们在未来有好的表现。管理是预测，而不是从事竞赛。

(14) 主管是系统的产物。换句话说，他的思考方式显示与管理者的哲学一致。管理者交给他的职责是只要产出白珠，而他的报酬依赖工人的产出。

通过本实验的说明，读者或许可以利用红珠实验的启示，来反思及了解自己的公司以及自己的工作。

## ◎戴明漏斗实验

### 1. 实验目的

通过举例说明“干预（tampering）将会导致损失”的理论，也就是“结果管理”的缺失。

### 2. 实验所需材料

(1) 漏斗一个。一般厨房用的漏斗就可以，因为这并非是实验室的实验。

(2) 可以很容易通过漏斗的一粒弹珠。

(3) 一张桌子。最好铺上桌布，以便能标出目标点以及弹珠落下后静止的位置。

### 3. 实验程序

首先在桌布上标出一点作为目标。

(1) 规则 1：将漏斗口对准目标点。保持这种状态，将弹珠由漏斗口落下 50 次，在弹珠每次静止的位置做记号。

规则 1 的结果令人失望（图 1-4）。我们得到近似圆形的轨迹，范围远大于我们的预期。虽然漏斗口一直都是对准目标点，但是弹珠似乎会滚到任何方向，有时很靠近目标点，下一次又落在目标点东北 30cm 处，再下次则落在目标点西南 15cm 处。

我们一定可以做得更好。为什么不在每次弹珠落下后，调整漏斗的位置，让下一次的結果靠近目标点呢？因此我们定出了规则 2。



(2) 规则 2: 根据每次弹珠落下后的静止点与目标点的差距, 将漏斗由现有的位置移动, 以弥补前次的偏误。例如弹珠停在目标点东北 30cm 处, 则将漏斗由此位置往西南移 30cm。

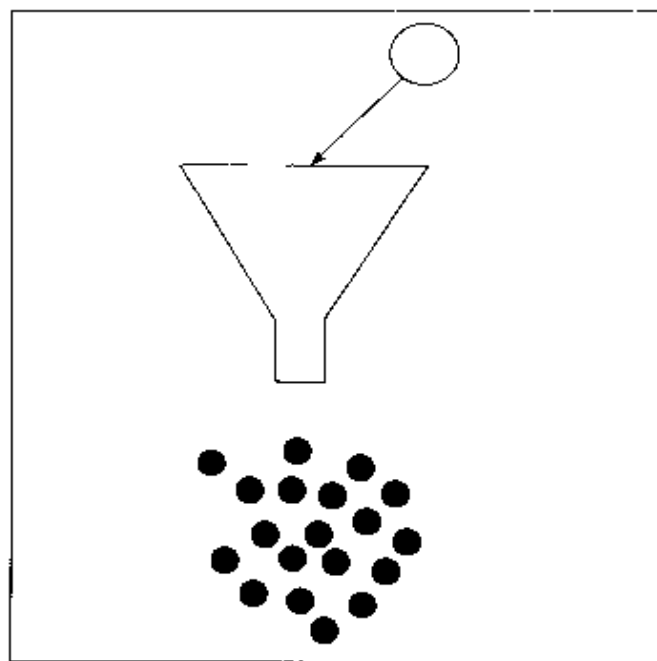


图 1-4 按规则 1 投掷弹珠的记录

结果再次令人失望, 这次得到的结果比规则 1 的结果还糟 (图 1-5)。假设偏误可能发生在任何方向, 那么依规则 2 的落点所形成的圆形, 其直径的变异数, 比依规则 1 直径的变异数还大一倍。因此, 依据规则 2 所形成的概略圆形的直径比依据规则 1 所得的结果大 41%。既然成效不佳, 再试定另一个规则吧。

(3) 规则 3: 每次于弹珠落下后调整漏斗位置, 但以目标点作为移动的参考点。按照弹珠落点与目标点的差距, 把漏斗移往与目标点等距但相反方向的位置, 以弥补前次偏误。



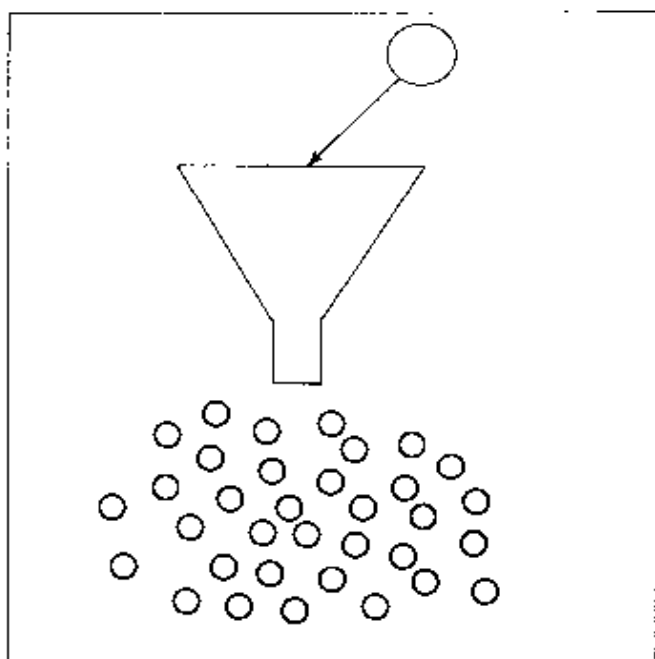


图 1-5 按规则 2 投掷弹珠的记录

结果更糟（图 1-6）。弹珠的落点来回移动，幅度愈来愈大，只有几次是幅度渐减，其后幅度又恢复愈来愈大。

失望之余，我们不再尝试要建立一个优于规则 1 的规则，现在只求达到一致性，而不一定等于目标值，为此我们建立规则 4。

（4）规则 4：在每次弹珠落下之后，就将漏斗移至该静止点之上。



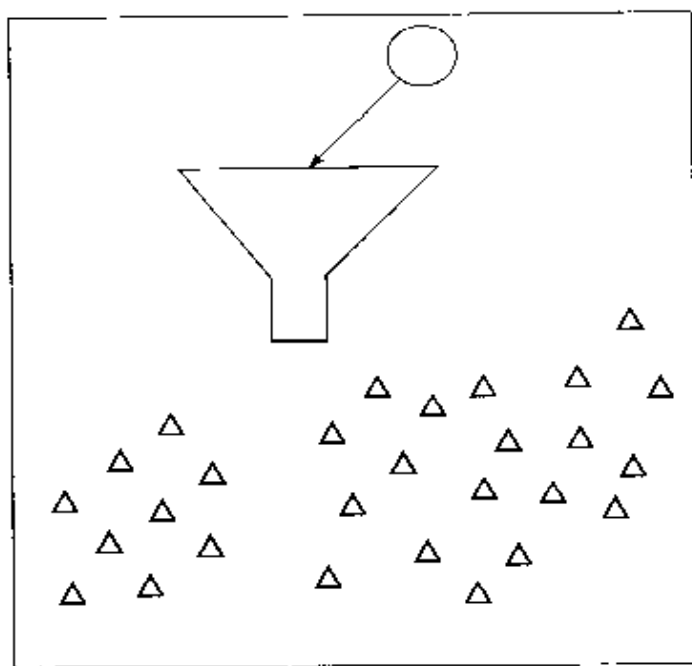


图 1-6 按规则 3 投掷弹珠的记录

结果更是令人失望。弹珠的落点逐渐走向云深不知处（图 1-7）。

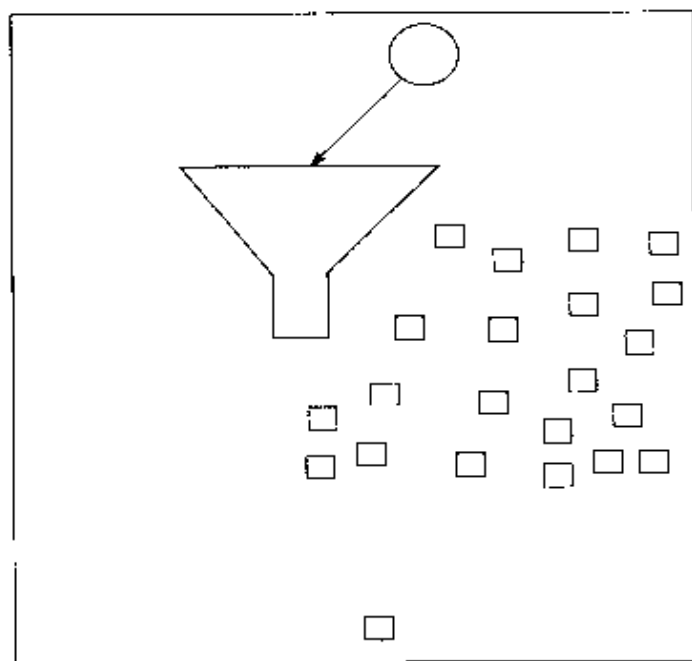


图 1-7 按规则 4 投掷弹珠的记录



科罗拉多大学的皮腾堡 (William PietsenPol) 教授于 1924 年所描述的一个例子, 可以用来诠释规则 4。

有个人醉得不辨东南西北, 却仍希望走路回家。他走了几步, 步履踉跄; 站直了身体又走了几步, 也搞不清东南西北; 又走了几步, 还是跌跌撞撞。如果这样乱走下去, 他走得愈久, 能够回到家的希望愈渺茫。

#### 4. 实验结论

规则 1 是所有规则中效果最好的。我们对规则 1 不满, 因而制定了规则 2、3、4, 但结果愈来愈差。

因此我们应采取行动, 但不是另行制定规则, 而是设法改善规则 1 的结果。以下就是两项建议:

(1) 降低漏斗的高度。效果很好, 落点构成的近似圆形半径缩小, 而且这样做的成本是不费分文。

(2) 改用比较粗糙的桌布。无论采用上述 4 种规则中的哪一种, 弹珠滚动的距离都会缩短, 成本仅是一张桌布而已。

#### 5. 相关实例

(1) 属于规则 2 的干扰实例。

有个人的工作是将铜溶液灌入一个模型中, 铸出热气腾腾的铜块, 每块重 326Kg。低于 326Kg, 他就以反时针方向调整操纵杆; 超过 326Kg, 他就以顺时针方向调整操作杆。

他的目的是让每块铜块的重量都一致, 可惜他的工作却造成适得其反的结果。他是在应用规则 2。

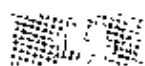
他应该如何做? 很简单。把每次产品的铜块重量, 画一点绘在纸上, 然后观察它的趋势, 观察是否持续在 326Kg 之上或之下。另一个更好的做法, 就是为重量的平均数与全距



(Range) 绘制管制图，例如每次将连续 4 块的值作为一小组，然后计算每一小组的平均数和全距 (Range) 绘制管理图，再画出管制上限与下限，观察各点在管制图上的分布情形。如果有超出管制界限的点，追究其特殊原因并设法去除，以免再次发生。如果平均数管制图的中心线与设定的标准重量相差不多，可能就需要调整重量的水准。另一方面，思考一下原先设定的重量是否合理？这必须要看铜块预定的用途而定。

以下是规则 2 的另一些干扰实例：

- ⊙ 某些依据回馈而作调整的机制
- ⊙ 只要一件产品不合乎规格就调整生产过程。
- ⊙ 工人常用的调整方式。
- ⊙ 为了目前的产出而调整工作标准。
- ⊙ 美国联邦和州的立法对经济的干预。
- ⊙ 美国联邦储备局 (Federal Reserve Board) 调整利率的方式。
- ⊙ 由于单一顾客的抱怨而做出反应。(当然，让顾客高兴应不计代价。)
- ⊙ 证券市场对消息的反应。
- ⊙ 对谣言的反应。
- ⊙ 如果某批基本原料的浓度需要提高 20%，便修改规格，将浓度提高 20%。
- ⊙ 依照上一版本的设计进行工程变更，而未参照原始的构想。
- ⊙ 主管开工前，依据前一日的绩效重新设定生产过程。
- ⊙ 依据最新的顾客态度调整从而改变公司政策。
- ⊙ 当乳酪太咸时，冲淡制乳酪的卤水；而当乳酪不够咸时，便在卤水中加盐。



⊙ 持续修改税法，每次改变都是想修改前次的错误。

⊙ 持续改变医疗给付水准，每次改变都是想修改前次的错误

⊙ 价格战。甲公司大幅降低汽车售价，竞争对手将价格降得更低；接着甲公司再降低价格，其他公司也再次跟着降价。价格战何时停止？谁是赢家？也许有某些顾客获利，但社会整体会有损失，因为所有公司将资金都投入在折价战中，而没有钱从事研究和改善了。

还有一个近似规则 2 的例子：月底时，有一些原料没有用完，因此在下一个月就少订了一些。反之，如果本月底发现原料不足，就改采取相反的做法。我们对于经费也是如此处理，即依据前一年的状况，来调整本年度的预算。

这算是规则 2 的例子吗？或许是。但是如果剩余或不足是由于经济的萧条或景气，那么前述的反应或许是错的，或许有部分是错的。问题是，一个月的剩余或不足，到底有多少是来自经济状况的持续恶化或好转的呢？

(2) 属于规则 3 的干扰实例。

⊙ 核扩散。

⊙ 贸易壁垒。

⊙ 毒品走私。政府加强查禁，促使毒品存量减少，结果市场上毒品的价格上涨。较高的售价刺激毒品走私进口，于是政府更加加强查禁。这个循环持续不断地进行，而且问题愈来愈严重，不知该如何是好？

⊙ 将赌金加高，希望能把输掉的钱补回来。

(3) 属于规则 4 的干扰实例。

⊙ 语言的演化。实例：拉丁语系（意大利语、法语、西班牙语、葡萄牙语）彼此之间的差异，以及它们与原始拉丁语



的差异。

- ⊙ 未经文字记录而代代相传的历史。
- ⊙ 聚集一堂，交换看法（没有外力帮助）。
- ⊙ 民谣。
- ⊙ 工人一个接一个训练新手。

有一位女士在回答如何学会自己的工作时说，强哥、莉妹、阿美，这些同样职位的工人教我的。工作过不多久，她就帮忙训练新手。之后，这位新手又去教别的新手。

当然，实际在现场工作的人，确实对工作比较熟悉。但是连续由一位工人教导下一位新工人的方式，却可能会造成工作方法愈来愈离谱。比较好的做法是，指定一位工人负责训练，最好能挑选一位熟悉工作又擅长教学的人。

⊙ 交响乐团的演奏者一位接一位，依序为乐器调音，而不是依相同音源来调音。

⊙ 主管集会，商讨面对新经济时代该做些什么。

⊙ 依据前一批货搭配颜色。

⊙ 根据上一次会议实际开始的时间，调整本次赴会的时间。

⊙ 有样学样。在毫无理论基础下向范例学习。

⊙ 贴壁纸。

⊙ 生活成本的调整（COLA, cost of living adjustment）。工资依据生活成本调整，生活成本又依据工资调整。

⊙ 利用上一版的剪裁作为下一版的样板。

⊙ 玩“打电话”（telephone）或“邮局”（Post office）游戏。8个或8个以上的人围成一圈，其中某个人向邻座轻声讲一个短句，这个人再把这句话传给隔壁的人，如此传一圈后，原来的那句话会变得如何？当然是愈来愈走样！

## 6. 实验启示——一步一步求改善

一个稳定的过程，就是没有出现导致变异的特殊原因；而依据休哈特的说法，就是所欲测量的特性处于统计管制状态。它是一个随机过程，在近期内的行为可以预测。当然，也有可能发生某种不可预见的变动，而使该过程脱离统计管制状态。唯有过程在统计管制状态时，才具有一个可界定的性质。

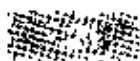
假如你经过一番努力，使过程达到了管制状态，那就表示你已针对超出管制界限的各点，设法逐一找出了特殊原因。此外，即使是在管制界限以内，当各点出现某些形态时，也可以代表有特殊原因存在，你也必须尝试找出该特殊原因，并且设法将它消除。

一旦达到统计管制界限，下一个困难的问题就开始了——改进系统。改进通常就是指降低变异（缩小管制界限），有时可能还需要把平均值（中心线）移至较高或较低的水准。如果想要改进一个稳定的过程，必须对该过程进行基本的改变。这种基本的改变有时候非常简单，例如，改善室内的照明。但有时候可能很复杂，甚至所费不菲，需要更高的授权与更多的努力。例如，增进客户与供应商双方高层管理者之间的了解。

如果一个系统并不值得花钱改善，那么不如转移心力到其他更值得注意的系统。我们在后面会利用损失函数研究缩小变异的效果。

即使是稳定的流程，仍可能会产出不合格品或发生错误，如果一有这种情况，就对流程采取行动，也就是干预该流程，任意干预的后果，只不过是增加未来的不合格品或错误，同时也增加成本，结果与我们想要达到的目的正好相反。

例如在红珠实验中，如果我们在红珠数目过高或过低时停



止生产，试图去找出原因，就是一种干预。装置使产品符合规格的辅助工具也是干预，只是徒然增加成本。

追溯过程的源头，乃是找出缺陷与错误的重要着力点。缺陷来自何处？其起因是什么？

特殊原因或许并不会再次发生。例如，瓦斯燃烧的温度过高损毁了价值 5 万美元的泡沫橡胶。根据一连串线索追踪的结果，发现原因是地下瓦斯的质量出乎意料的好。这时没有必要采取任何行动，因为这种情况在数十年内不会再发生。同时，也很难采取什么措施来确保将来不会再发生同样的问题。

另一方面，特殊原因或许会再发生。如果这样，除非所需经费过于庞大，否则应采取行动，防范再发生。假如变成周期性（如每周一早上 10 点）的再发生，则来源的线索就很明确了。如果再发生的情况属偶发性，就需要经过一番侦测才能找到源头。

最后，为了以实际数字说明漏斗实验的各项规则，我们不妨把先前的红珠实验中工人每次取得的红珠数作为范例。假设以红珠数的平均值（9 粒）当作目标点，可将 9 粒红珠转换为 0；7 粒红珠转换为 -2；11 粒红珠转为 2，以此类推。在 4 项规则中，第一次投掷都是对准目标，而第一次投掷的结果也都相同。举例来说，在规则 1 下，漏斗每次投掷都是对准目标点。我们可以将结果计算如表 1-2 所示，并以图 1-8 表示它。





表 1-2 依据漏斗实验各项规则而将红珠实验数据转换的结果

投掷	规则 1		规则 2		规则 3		规则 4	
次数	漏斗位置	结果	漏斗位置	结果	漏斗位置	结果	漏斗位置	结果
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	-3	0	-3	0	-3	0	-3
3	0	3	3	6	3	6	-3	0
4	0	2	-3	-1	-6	-4	0	2
5	0	5	-2	3	4	9	2	7
6	0	-5	-5	-10	-9	-14	7	2
7	0	2	5	7	14	16	2	4
8	0	2	-2	0	-16	-14	4	6
9	0	-2	-2	4	14	12	6	4
10	0	1	2	3	-12	-11	4	5
11	0	-1	-1	-2	11	10	5	4
12	0	2	1	3	-10	-8	4	6
13	0	-2	-2	-4	8	6	6	4
14	0	2	2	4	-6	-4	4	6
15	0	-4	-2	-6	4	0	6	2
16	0	4	4	8	0	4	2	6
17	0	0	-4	-4	-4	-4	6	6
18	0	3	0	3	4	7	6	9
19	0	-1	-3	-4	-7	-8	9	8
20	0	0	1	1	8	8	8	8
21	0	-4	0	-4	-8	-12	8	4
22	0	0	4	4	12	12	4	4
23	0	2	0	2	-12	-10	4	6
24	0	3	-2	1	10	13	6	9



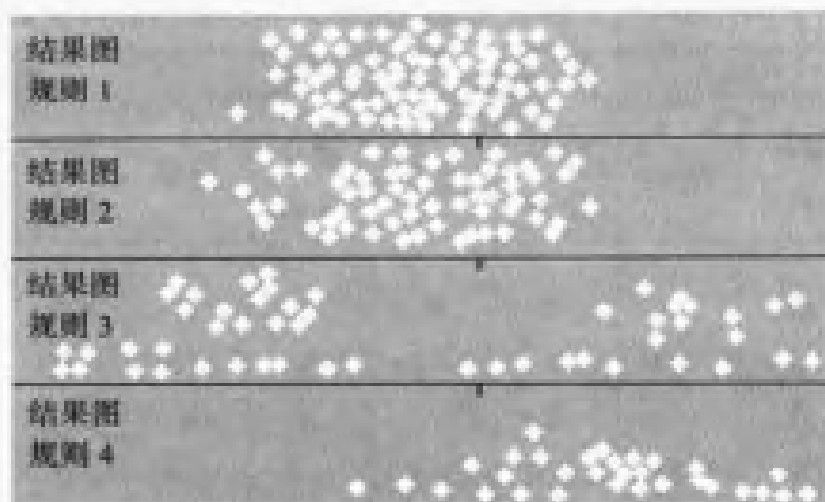


图 1-8

## 第二章

# SPC 控制图原理及原则

- ◆ SPC 控制图的基本原理
- ◆ 两种类型的变异
- ◆ SPC 控制图的  $3\sigma$  原理
- ◆ SPC 过程控制的四种状态
- ◆ 两类错误及其发生概率
- ◆ SPC 控制图判读原则

## ●SPC 控制图的基本原理

SPC 控制图是将显著性检验的统计原理应用于控制生产过程的一种图形方法。由于用法简单，效果显著，人人能用，到处可用，SPC 控制图成为实施质量管理的一种常用工具。

SPC 控制图不同于抽样检验。抽样检验是对最终产品实施质量控制，这种事后检验策略通常会造成浪费和损失；而 SPC 控制图是采取预防策略，通常可避免浪费和损失。

SPC 控制图是由美国贝尔实验室的休哈特（Walter Shewhart）博士于 1924 年首先提出的。他有几句名言。

◎“在一切制造过程中所呈现出的变异有两个分量。第一个分量是过程内部引起的稳定分量，即正常变异；第二个分量是可查明原因的间断变异，即异常变异。”

◎“那些可查明原因的变异可用有效方法加以发现，并可被剔去，但正常变异不会消失，除非改变基本过程。”

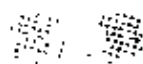
◎“基于  $3\sigma$  限的 SPC 控制图可以把正常变异与异常变异区分开来。”

这三句话已勾画出 SPC 控制图的基本原理。下面将对此作一些解释。

### 1. 过程

质量管理的所有工作是通过过程来完成的。所以过程是提高质量的基层单位。

ISO 9000 认为过程是将各项输入资源（人、设备、材料、方法、环境）按一定要求组合起来，并能转化为输出（中间）产品及其质量特性的活动。一道工序、一个工段、一项操作等



都可看作一个过程。

构成一个过程有三个要素，它们是输入（五项资源）、资源的组合和输出。带有反馈系统的过程称为过程控制系统，如图 2-1。

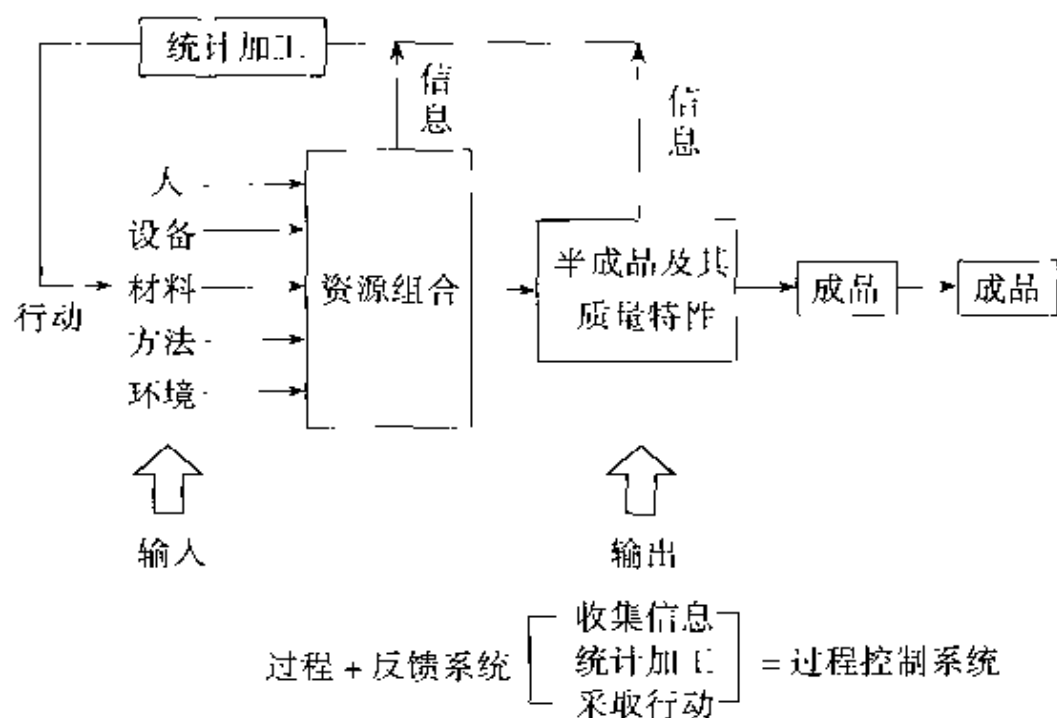


图 2-1

反馈系统有三项功能，它们是：

(1) 收集信息，对资源组合进行观察并对（中间）产品测量其质量特性。

(2) 统计加工，对收集的信息用各种统计工具结合工程经验进行加工。判断过程是否正常，从中发现问题。

(3) 采取行动，对过程中的一些不正常现象采取纠正措施。

一个产品的制造由若干过程组成，可以画出过程流程图。



其中关键过程要加反馈系统，以便及时发现问题，及时纠正。

## 2. 变异与分布

变异是无处不在的。没有两个产品（或中间产品）是完全一样的，即使自动化生产线上的产品也不例外。产品间的差异是通过适当的质量特性表现出来的，因此选好质量特性和准确地把它测量出来是两项重要的基础性工作，要努力做好。

产品间的差异是由于质量特性变异而引起的。质量特性的变异是随机的，它时隐时现，时大时小，时正时负。假如把很多产品的质量特性放在一起，隐藏在随机性后面的统计规律性就被揭露出来了，它就是（概率）分布。假如我们连续测量一批产品中每个产品的质量特性，画出直方图，就可发现这个统计规律性——分布。下面我们来做这件事。

我们一个接一个地测量产品的质量特性  $X$ ，把测量的  $X$  值依次放在数轴上，差异就显现出来（图 2-2）。

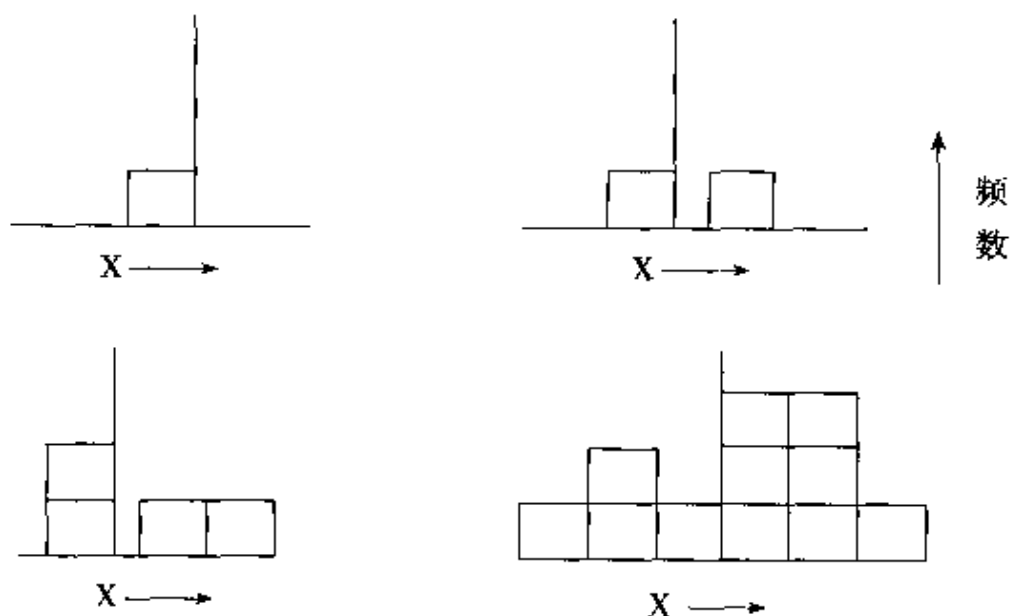


图 2-2

当累积到很多  $X$  值时, 就形成一定的图形。为了使这个图形得以稳定, 我们把纵轴改为单位长度上的频率。由于频率的稳定性, 被测质量特性  $X$  愈多, 这个图形愈稳定, 其外形呈现出一条光滑的曲线, 称为概率密度曲线, 相应的函数表达式  $f(X)$  称为概率密度函数 (图 2-3), 它就是隐藏在质量特性  $X$  随机取值后面的统计规律性。

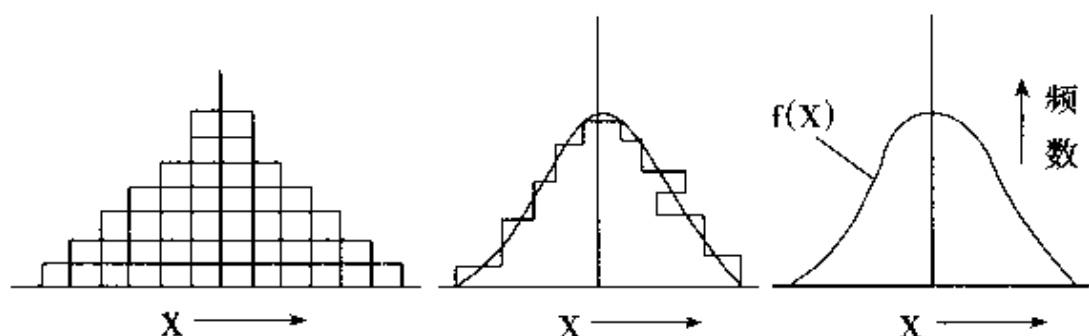


图 2-3

概率密度函数  $f(X)$  (又简称为分布) 有多种形式, 如图 2-4 所示。有的位置不同, 有的散布不同, 有的形状不同。这些不同的分布形式反映了质量特性在总体上的差别。这种差别正是管理层应特别关注之处。

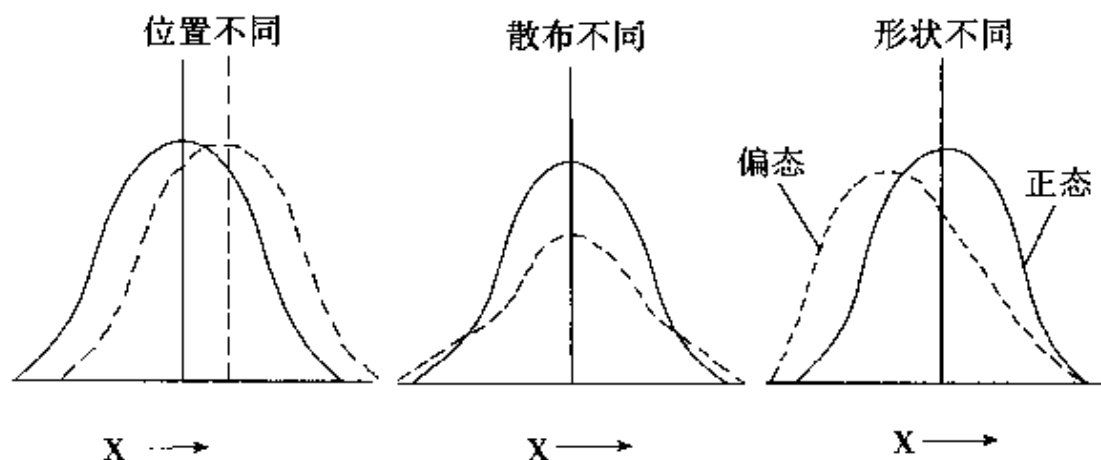


图 2-4

## ●两种类型的变异

### 1. 正常变异与异常变异

有效地利用和改进质量特性数据，最重要的是认识引起变异的变异源。任何一个过程都有许多产生变异的变异源。

过程变异是不同的测量结果或过程生产的产品之间必然存在的差异。变异的来源如下：

- ⊙产品内的变异：不同位置测量所存在的结果差异；
- ⊙产品间的变异：不同产品间测量所存在的结果差异；
- ⊙产品批之间的变异：不同产品批之间的测量结果差异；
- ⊙生产线之间的变异：不同生产线之间测量结果的差异；
- ⊙不同时间的产品间变异；不同时间产品测量结果差异；
- ⊙测量误差：测量系统重复性和再现性的误差。

从微观过程来考虑，5M1E的变异来源如下：

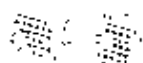
- ⊙人员的变异：不同作业员间作业结果的差异；
- ⊙机器的变异：不同作业机间作业结果的差异；
- ⊙原材料的变异：不同供应商物料所存在的结果差异；
- ⊙方法的变异：不同作业方法所存在的结果差异；
- ⊙测量变异：测量系统的误差；
- ⊙环境的变异：不同作业条件所存在的结果差异。

所有这些变异对生产的影响最后都集中反映在其测量值上。

经过反复多次的实验，人们对变异源有以下认识：

(1) 一个过程内有许多变异源存在。

(2) 每个变异源的发生是随机的：时隐时现、时大时小、时正时负，以不可预测之势在影响过程的输出——质量特性。





(3) 质量特性有变异是正常现象，无变异倒是虚假现象。

(4) 消灭变异是不可能的，但减少变异是可能的。

(5) 管理和操作任一过程就是要将变异限制在允许范围内，超出范围就要设法减少或及时报告，迟到的报告就会引起损失，是失职行为。

为了进一步认识变异和减小变异，人们把一个过程的变异分为两类：正常变异和异常变异。

一个过程的变异若具有以下特征，则称为正常变异 (Common Variation)：

(1) 过程内有许多变异源。

(2) 每个变异源的出现是随机的。

(3) 每个变异源对质量特性（过程的输出）的影响都是很微小的，不易识别，但其总和是可度量的，呈正态分布。

理论和实践证明：在正常变异出现时，个别测量值总是不同的，但一组测量值总呈现正态分布。这个分布不会随时间而变，从而是可以预测的。这时称该过程受控 (In Control)。图 2-5 显示了正常变异源下过程输出的分布。

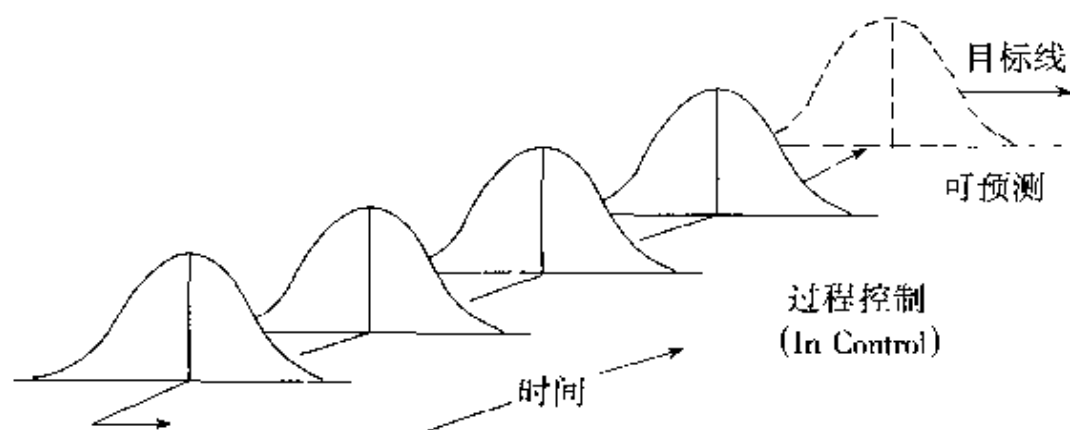


图 2-5 正常变异源下过程输出的分布



一个过程的变异若具有以下特征，则称为异常变异 (Special Variation)：

- (1) 过程内有许多变异源。
- (2) 每个变异源的出现是随机的。
- (3) 有一个（或几个）变异源对质量特性（过程输出）的影响较强，其他均很小。其总和所呈现的分布是随时间而变的。

理论和实践证明：在异常变异出现时，较强的变异源（一个或几个）时隐时现，随时在改变过程输出的分布。过程输出的分布是不稳定的，也是不可预测的。这时称该过程失控 (Out of Control)。图 2-6 显示了异常变异源下过程输出的分布。

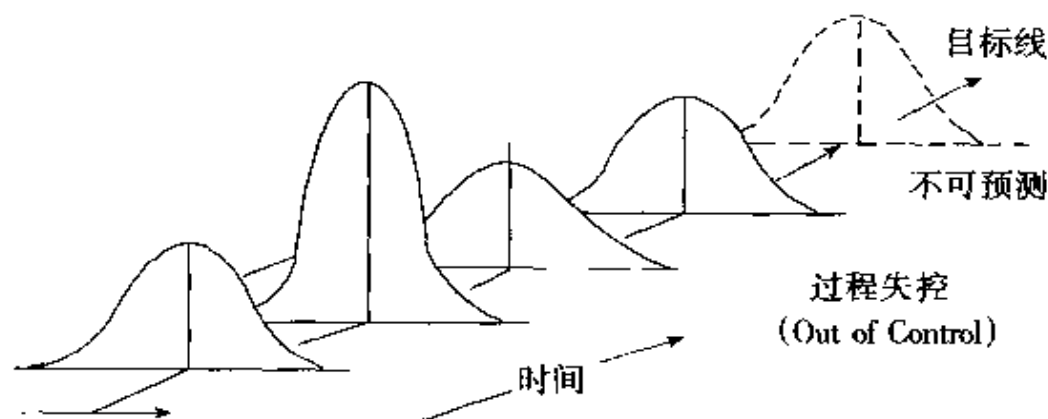


图 2-6 异常变异源下过程输出的分布随时间而变

这两类变异源的差别仅在于是否在过程中有一个或几个较强的变异源出现，这可从过程输出分布是否连续出现正态分布来区分。

## 2. 行动

不同类型的变异源应采取不同行动（即措施）去排除或减小。

对异常变异源首先要用专业知识和经验找出来，然后设法去排除，这个行动称为局部行动。假如做到这些，过程即可恢复正常，又处于过程受控之中（图 2-7）。任一过程中的异常变异源总是有限的，可能是原料不均匀、机器性能不稳定、工具磨损、操作不当、量具没及时校正等。我们要发现一个，排除一个。要注意：有的异常变异源要在工作一段时间后才会出现，所以一个过程要工作一段时间、积累一定经验后才会趋于稳定。一个稳定的过程是工厂的经验，要好好利用。

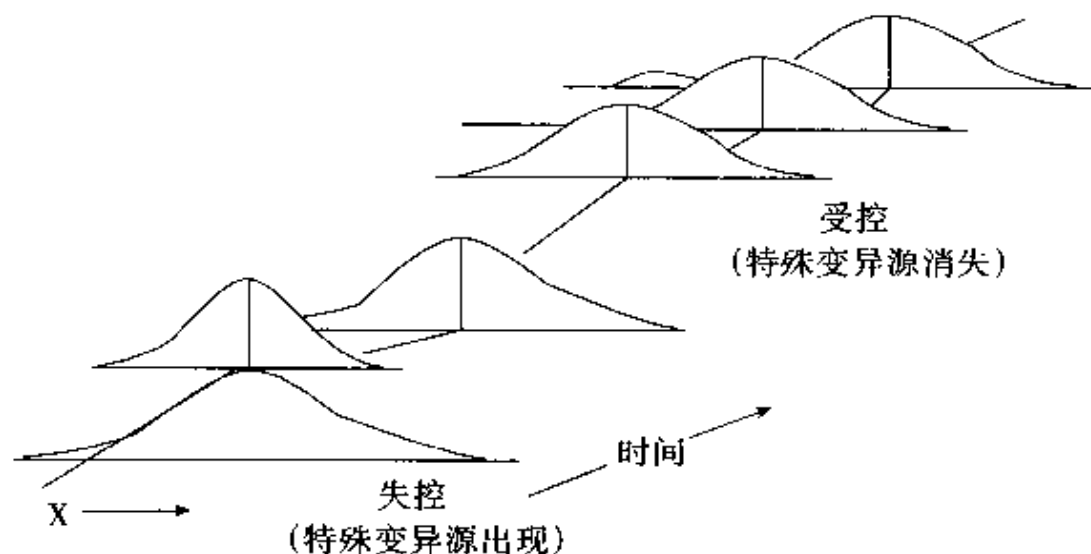


图 2-7 在局部行动下使过程失控转为过程受控

在正常变异源下过程处于受控之中。这时应对受控过程区分两种情况：

(1) 质量特性变异的幅度在规格限之内，这是人们期望的



状态。没有更高的要求前，要设法保护这个过程，使其能长期正常工作。

(2) 质量特性变异的幅度超出规格限，这是需要改进的。这种现象的产生是由于过程输出分布的标准差 $\sigma$ 过大所致。减少标准差不是采取局部行动能奏效的，常需要对整个系统采取行动。如更换或大修设备，加强培训、提高操作者的技术水平，对原材料或元件加强抽样检验等。减少标准差是管理者的职责，故这类行动又称为管理行动（图2-8）。

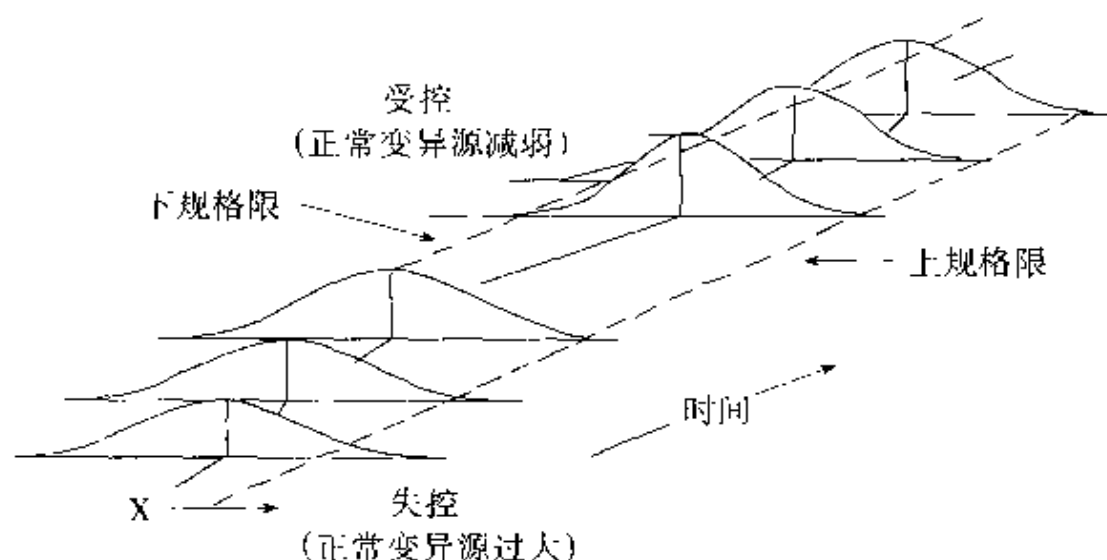
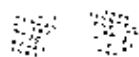


图2-8 在管理行动下减少标准差

例：某公司一台车床加工的零件尺寸不一，变异很大。虽然其尺寸服从正态分布，但其标准差 $\sigma$ 较大。为了减少标准差 $\sigma$ ，该公司管理层先后提出如下三个行动：

⊙行动1：筛选，将尺寸不合规格的零件一一挑出，这将增加很多成本。

⊙行动2：购买一台新车床，这需要一笔较大的投资。



⊙行动 3: 用试验设计方法改变加工工艺。

这三个行动都是管理行动, 管理层决定先采取行动 3。在管理层的支持下, 技术人员采取行动 3。经过多次试验终于找到一种优化方案, 试验设计 (行动 3) 起了关键作用。

## ⊖SPC 控制图的 $3\sigma$ 原理

### 1. $3\sigma$ 原理简介

当过程仅含正常变异时, 过程输出的质量特性  $X$  呈正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\mu$  为正态均值,  $\sigma$  为标准差。在  $\mu$  与  $\sigma$  已知时, 正态分布的概率特性可用表 2-1 和图 2-9 说明。

表 2-1 正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$  的概率特性

界限 $\mu \pm k\sigma$	界限内的概率	界限外的概率
$\mu \pm 0.67\sigma$	50.00%	50.00%
$\mu \pm 1\sigma$	68.26%	31.74%
$\mu \pm 1.96\sigma$	95.00%	5.00%
$\mu \pm 2\sigma$	95.45%	4.55%
$\mu \pm 2.58\sigma$	99.00%	1.00%
$\mu \pm 3\sigma$	99.73%	0.27%
$\mu \pm 4\sigma$	99.993 7%	0.006 3%

休哈特建议用界限  $\mu \pm 3\sigma$  作为控制界限来管理过程。这意味着: 在 1 000 个产品中若有不超过 2.7 个不合格品出现, 就认为该过程的变异属正常变异; 若有更多个不合格品出现, 就认为该过程的变异属异常变异。



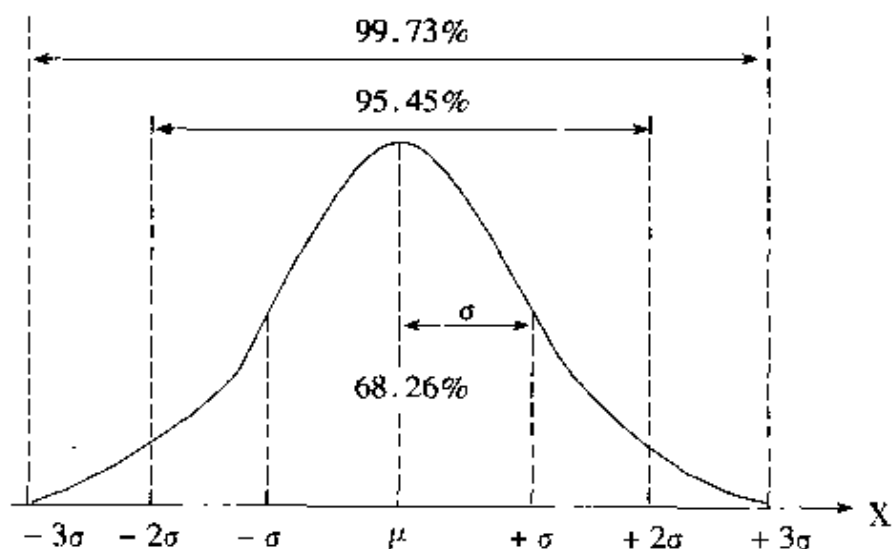


图 2-9 正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 的概率特性

为了方便在生产现场使用和及时记录质量变异情况，休哈特还建议把正态分布图及其控制限  $\mu \pm 3\sigma$  同时转  $90^\circ$  并以横轴为时间或编号，以纵轴为过程参数（均值、标准差），并在  $\mu \pm 3\sigma$  处引出两条水平线（用虚线表示），这样就形成一张 SPC 控制图（图 2-10）。图上三条水平线各有一个名称：

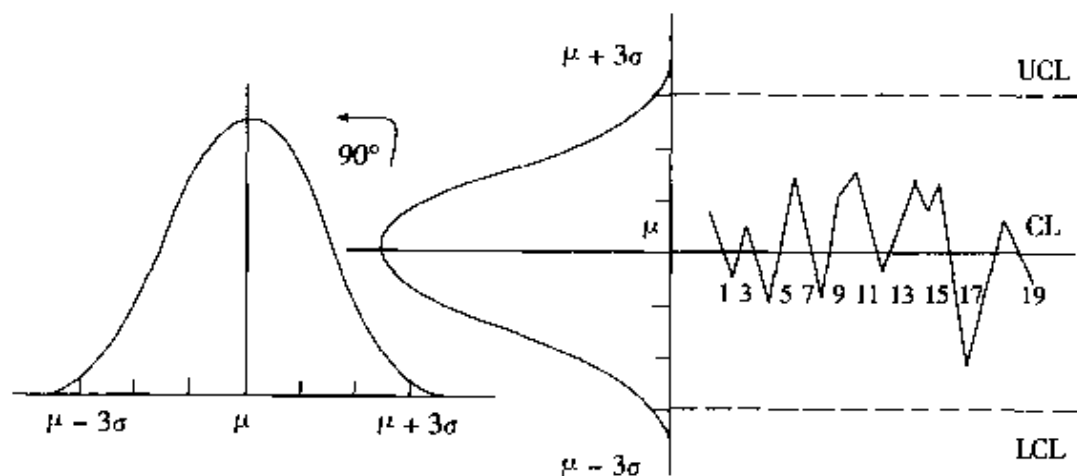


图 2-10  $3\sigma$  SPC 控制图

- ⊙中心线 (Control Line, CL), 对应均值  $\mu$ ;
- ⊙上控制限 (Upper Control Limit, UCL), 对应  $\mu + 3\sigma$ ;
- ⊙下控制限 (Lower Control Limit, LCL), 对应  $\mu - 3\sigma$ 。

在现场使用时, 先规定一个时间间隔 (如 1 小时、2 小时等), 然后按时抽取一个样本, 测量样本中每个样品的质量特性, 计算其平均值。最后把计算结果点在 SPC 控制图上, 如此不断重复, 累计到一定数量后就可对过程有无异常变异作出判断。若无异常变异, 可认为过程受控; 若有异常变异, 则认为过程失控; 这时要查找原因, 采取适当行动, 及时纠正, 使过程恢复受控状态。

## 2. 中心极限定理

在 SPC 控制图上用样本均值去描点, 这是因为某些质量特性可能偏离正态分布。如果偏离正态分布, 这时直接使用质量特性值  $X$  在界限  $\mu \pm 3\sigma$  内的概率就不能保证为 99.73%, 也会随之有偏离。而样本均值  $\bar{X} = (X_1 + X_2 + \cdots + X_n) / n$  的分布就近似正态分布, 从而保证 SPC 控制图得以较为准确的实施。这一点由中心极限定理作理论基础。下面我们不给证明地来叙述这个定理。

中心极限定理: 设  $X_1, X_2, \cdots, X_n$  为从某总体抽取的样本, 其总体分布未知, 但其均值  $\mu$  和方差  $\sigma^2$  都存在, 则有如下结论:

当总体为正态分布时, 样本均值  $\bar{X}$  精确服从正态分布  $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ , 当总体为非正态分布时, 样本均值  $\bar{X}$  近似服从正态分布  $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ , 且样本量  $n$  愈大, 近似程度愈好。

这个定理表明: 无论总体是什么分布 (离散分布或连续分

布，正态分布或非正态分布)， $\bar{X}$  总是呈现正态分布或近似呈现正态分布。这说明平均值运算可从非正态分布获得正态分布。

例：我们选了三个不同的总体分布（图 2-11）：I 均匀分布（无峰）、II 双峰分布、III 指数分布（高度偏斜）。

当  $n=2$  时， $\bar{X} = (X_1 + X_2) / 2$  的分布已改变形状，矩形改为三角形，双峰改为有一个主峰，高度偏斜减少了偏斜程度（图 2-12）。

当  $n=5$  时， $\bar{X} = (X_1 + X_2 + \cdots + X_5) / 5$  的分布已初显正态分布形状，看不出它的原始分布是什么（图 2-13）。

当  $n=30$  时， $\bar{X} = (X_1 + X_2 + \cdots + X_{30}) / 30$  的分布与正态分布已无什么差别（图 2-14）。

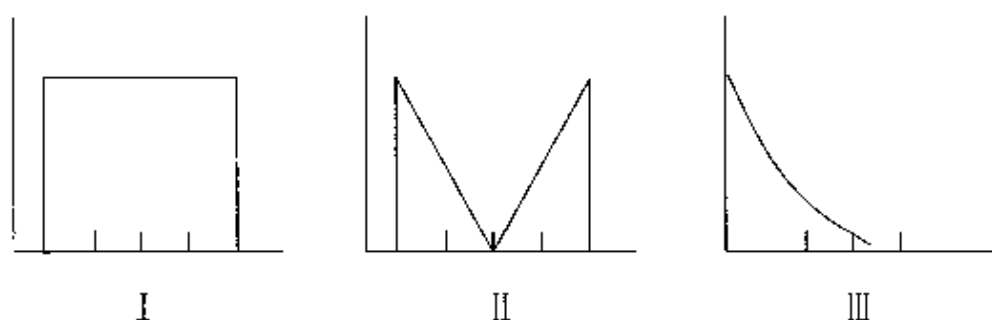


图 2-11

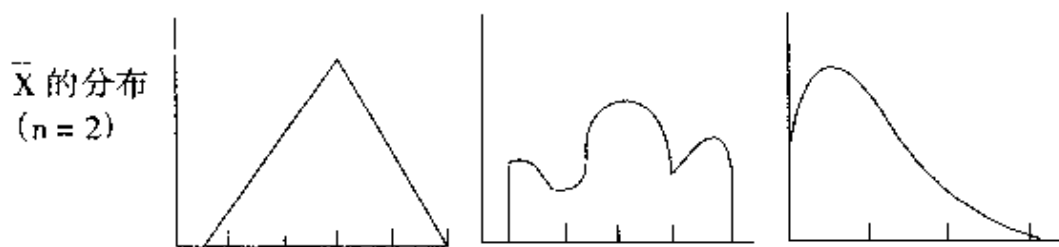
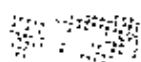


图 2-12





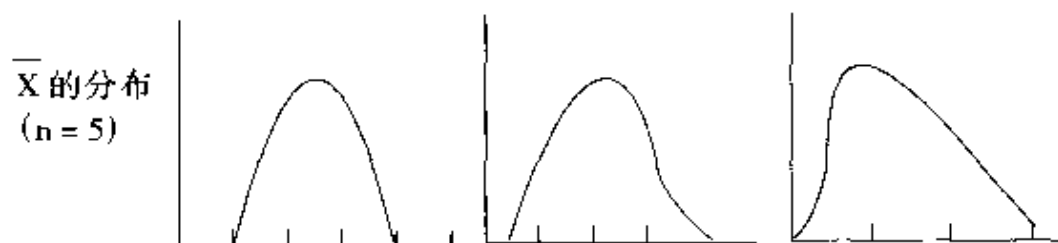


图 2-13

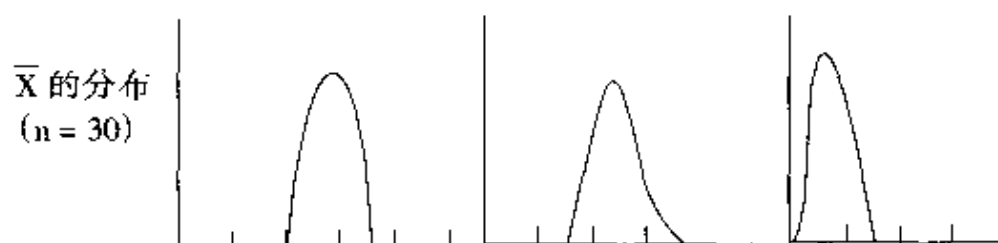


图 2-14

应当注意到：当用样本均值  $\bar{X}$  在 SPC 控制图上描点时，其标准差为：

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

这时 SPC 控制图的上、下限也随之改变为：

$$\mu \pm 3\sigma_{\bar{X}} = \mu \pm 3\sigma/\sqrt{n}$$

当  $n \geq 2$  时， $\bar{X}$ SPC 控制图的上、下限的宽度变窄了。譬如  $n = 4$  时， $\bar{X}$ SPC 控制图的上、下限宽度只是 XSPC 控制图上、下限宽度的一半，但中心线不变（图 2-15）。



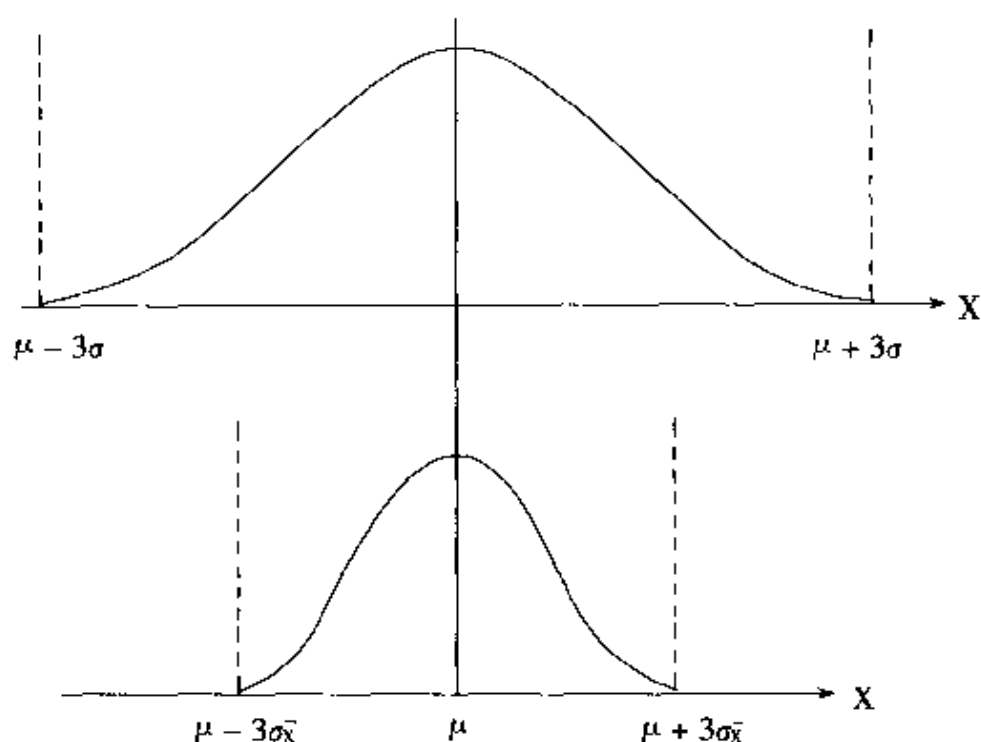


图 2-15 上面部分为 XSPC 控制图，下面部分为 XSPC

## ④ SPC 过程控制的四种状态

SPC 过程控制的四种状态是 SPC 分析的基础。主要分为统计状态和技术状态两种形态，它们组合起来有四种状态，如表 2-2 所示。

### 1. 统计状态的形态

统计状态的形态有过程受控和过程不受控两种，SPC 的过程受控是指只有共有原因引起的变异，不存在特殊原因的影响，过程处于受控状态，也叫过程的稳定状态；反之，过程存在特殊原因的影响，过程波动较大，过程不受控制，也就是过程处于不稳定状态，如图 2-16 所示。

表 2-2

统计状态	技术状态		
	四种组合	技术满足 (In Spec) (符合规格)	技术不满足 (Out Spec) (超规格)
	过程受控 (In Control) (稳定)	I	II
	过程不受控 (Out Control) (不稳定)	III	IV

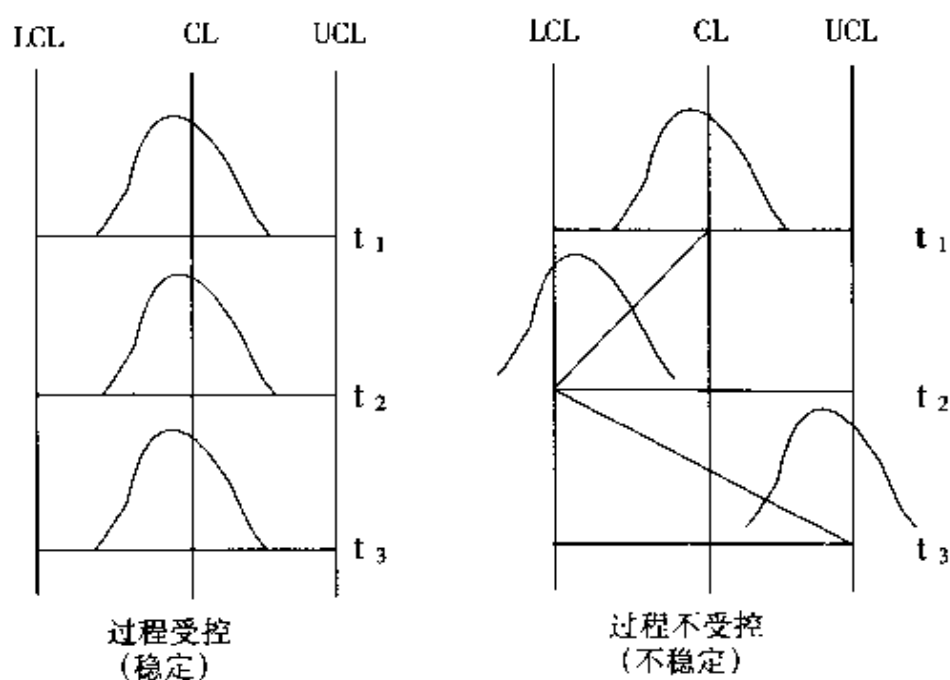


图 2-16

## 2. 技术状态的形态

技术状态的形态有技术满足规格要求和技术不满足规格要求两种。SPC 过程中, 技术满足要求是指过程符合规定要求, 如加工的零件在技术规格内; 反之, 技术不满足要求, 是指超出技术要求规格, 如加工零件超差。如图 2-17 所示。

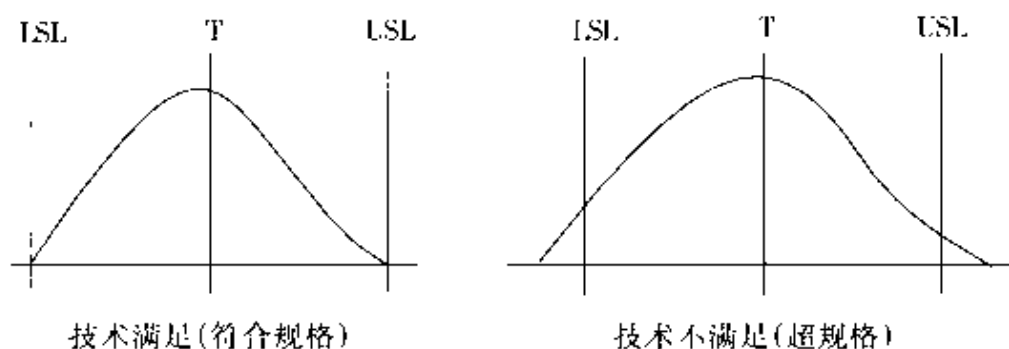


图 2-17

## 3. 四种组合的状态

根据上面的过程状态和技术状态可组成四种状态。

(1) 状态 I: 过程和技术都同时满足要求, 最理想的状态。

(2) 状态 II: 过程受控但技术不满足要求。

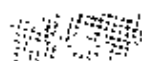
(3) 状态 III: 过程不受控但技术状态满足要求。

(4) 状态 IV: 过程和技术状态都同时不满足要求, 最不理想的状态。

作 SPC 控制图, 就是设法将 II、III、IV 状态进行改善和控制, 使之达到 I 状态。

SPC 由 II 状态达到 I 状态, 要收紧控制规格, 减少超差。

SPC 由 III 状态达到 I 状态, 要使特殊原因引起的变异尽量减少, 也就是减少特殊原因引起的变异, 使过程受控。



SPC 由Ⅳ状态达到Ⅰ状态，既要减少超差，又要减少由特殊原因引起的变异，使过程处于稳定状态。

## ⑤ 两类错误及其发生概率

我们选取  $\mu \pm 3\sigma$ （或  $\mu \pm 3\sigma_x$ ）作为 SPC 控制图界限是合理的吗？控制限  $\mu \pm 3\sigma$  是用来判断正常变异和异常变异所用的一个临界值，但要考虑到，确立任何一个临界值都有可能使判断发生错误。这种错误可分为两类。

### 1. 第一类错误

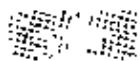
当所涉及的过程处于受控状态时，但某点由于偶然原因落在控制限之外，这时按规则判断过程失控。这个判断是错误的，这种错误称为第一类错误，其发生概率记为  $\alpha$ ，见图 2-18。

### 2. 第二类错误

当所涉及的过程失控时，其产生的点由于偶然原因会落在控制限内，这时按规则判断过程受控。这个判断也是错误的，这类错误称为第二类错误，其发生概率记为  $\beta$ ，见图 2-18。

第一类错误又称虚发警报，虚发警报会引起白费功夫去寻找根本不存在的异常变异而造成损失。第二类错误又称漏发警报，这时由于未检测出不合格品而造成损失。

如何减少两类错误所造成的损失呢？关键在于减少犯两类错误的概率  $\alpha$  与  $\beta$ 。理论研究表明，减少  $\alpha$  必然导致增加  $\beta$ ，减少  $\beta$  必然导致增加  $\alpha$ 。譬如，若扩大控制限到  $\mu \pm 4\sigma$ ，这时  $\alpha$  减少，但  $\beta$  显然扩大；若缩小控制限到  $\mu \pm 2\sigma$ ，这时  $\beta$  明显缩



小，但  $\alpha$  显著增加。

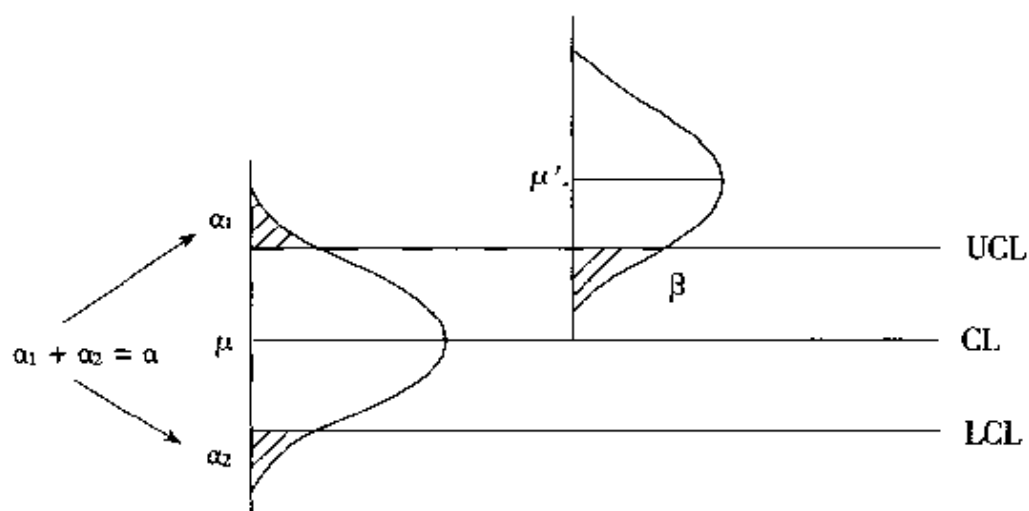


图 2-18 两类错误及其发生概率示意图

要使  $\alpha$  与  $\beta$  同时减少只有不断增加样本量  $n$ ，这在实际中又很难实现。另外， $\beta$  的计算与失控状态时的总体分布有关，此时总体分布多种多样，很难对  $\beta$  作出确切的估计。为此常规 SPC 控制图仅考虑犯第一类错误的概率  $\alpha$ 。在控制限定为  $\mu \pm 3\sigma$  场合和过程受控场合时，可以算得  $\alpha = 0.27\%$ 。即在 1 000 个产品中有近 3 个不合格品。实际使用经验表明，这在  $3\sigma$  界限已是一个不低的要求，在大多数场合使用是适当的、合理的。

但有些情况可以作为个案处理，譬如：

(1) 若生产不合格的后果重大，会造成严重损失，如某些药品生产，这时第二类错误不宜过大，为了减少犯第二类错误的概率  $\beta$ ，可考虑使用较窄的控制限，如  $\pm 2.5\sigma$  或  $\pm 2\sigma$  控制限。

(2) 若两类错误都很重要，都不能轻视，这时可考虑增加

每次取样的样本量  $n$ , 如  $n=10$ 、15 甚至 20。

## ● SPC 控制图判读原则

SPC 过程的判读原则有三条判稳原则和八条判异原则。

### 1. 三条判稳原则

如果 SPC 满足下列情形之一, 则过程是稳定的。

(1) 连续 25 个点, 界外点数  $d=0$ 。连续 25 个点中, 没有一个点超出控制规格, 则该过程是稳定的。

(2) 连续 35 个点, 界外点数  $d \leq 1$ 。在 SPC 控制图中, 连续 35 个点中, 只有一个超出控制规格, 则该过程是稳定的。因为连续 35 个点中 1 个以上 (不含 1 个) 超出规格的概率是:

$$P(\text{连续 35 个点, } d > 1) = 1 - P(\text{连续 35 个点, } d \leq 1) = 1 - C_{35}^0 (0.997\ 35)^{35} - C_{35}^1 (0.997\ 35)^{34} (0.002\ 7) = 0.004\ 1 = \alpha_2$$

(3) 连续 100 个点, 界外点数  $d \leq 2$ 。在 SPC 控制图中, 连续 100 个点中, 如果只有 2 个超出控制规格, 则该过程是稳定的。因为连续 100 个点中 2 个以上 (不含 2 个) 超出规格的概率是:

$$P(\text{连续 100 个点, } d > 2) = 1 - P(\text{连续 100 个点, } d \leq 2) = 1 - C_{100}^0 (0.997\ 3)^{100} - C_{100}^1 (0.997\ 3)^{99} (0.002\ 7) - C_{100}^2 (0.997\ 3)^{98} (0.002\ 7)^2 = 0.002\ 6 = \alpha_3$$

同样, 连续 25 个点中超出控制规格的概率是:

$$P = 1 - C_{25}^0 (0.997\ 3)^{25} = 0.065\ 4 = \alpha_1$$

从上面分析可知:  $\alpha_1 = 0.065\ 4$

$$\alpha_2 = 0.004\ 1$$

$$\alpha_3 = 0.002\ 6$$

$\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$  依次递减，这一条判稳准则判断的可靠性依次递增。另一方面，三条判稳准则所需要的样品个数依次递增，也即成本越来越高，所以进行判稳时，先从原则（1）开始，如果不能判稳，则按原则（2）进行判定。如果还不能判稳，则按原则（3）进行判定。如果原则（3）也不能满足要求，则应该查找过程异常的原因。由于  $\alpha_1 = 0.065\ 4$  比较大，意味着虚发警报的概率也较大，应尽量采用原则（2）与原则（3）进行判定。

## 2. 八条判异原则

（1）一点落在 A 区以外。只要有一点超出控制界限，就判 SPC 过程处于异常状态，如图 2-19 所示。

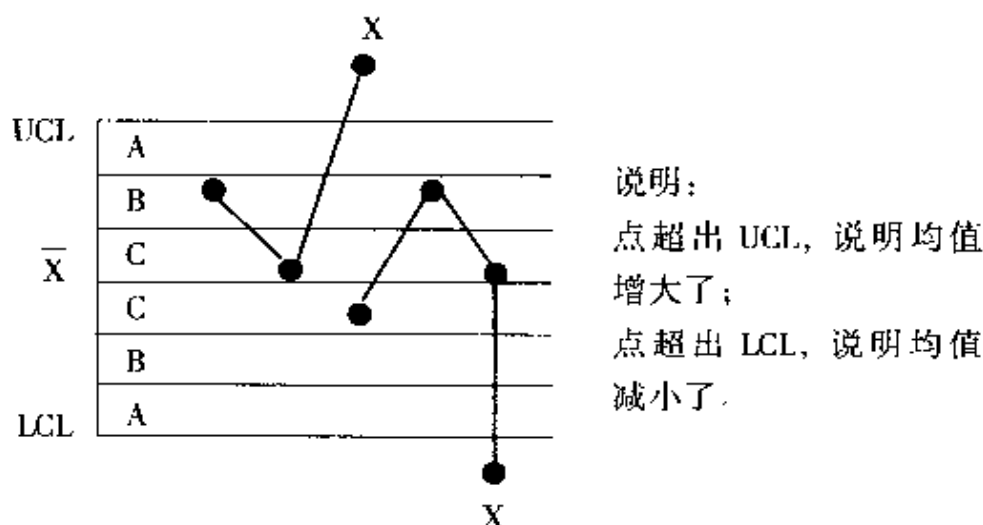
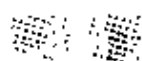


图 2-19

点落入 A 区外的概率为 0.002 7， $\alpha = 0.002\ 7$ ，原则（1）可对过程的单点超控作出反应，如对计算错误、测量误差、原材料不合格、设备故障等作出反应。





(2) 连续 9 点落在中心线同一侧。在控制图中心一侧连续出现的点称为链。出现链的现象表明质量特性分布的均值  $\mu$  向出现链的一侧偏移, 如图 2-20 所示。

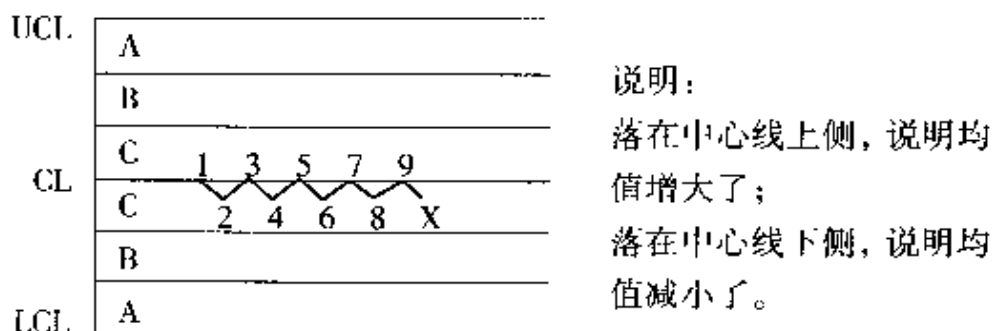


图 2-20

链长  $\geq 9$  就判异。这是因为:

$$P(\text{中心线一侧出现长为 7 的链}) = 2\left(\frac{0.9973}{2}\right)^7 = 0.0153 \\ = \alpha_7$$

$$P(\text{中心线一侧出现长为 8 的链}) = 2\left(\frac{0.9973}{2}\right)^8 = 0.0076 \\ = \alpha_8$$

$$P(\text{中心线一侧出现长为 9 的链}) = 2\left(\frac{0.9973}{2}\right)^9 = 0.0038 \\ = \alpha_9$$

由于  $\alpha_9 = 0.0038$  与点出界就判异准则的  $\alpha = 0.0027$  相近, 故确定 9 点链判异, 若用 7 点链判异, 由于  $\alpha = 0.0153$  比  $\alpha = 0.0027$  约大 6 倍, 偏大, 因此不合适。

(3) 连续 6 点递增或递减 (趋势)。控制图上点子排列呈现递增或递减的状态称为趋势或倾向, 它可判定过程平均值的较小趋势变化情况, 产生趋势的原因可能是工具逐渐磨损、维



修水平逐渐降低、操作人员技能逐渐提高等，从而使得参数随着时间而变化。如图 2-21 所示。

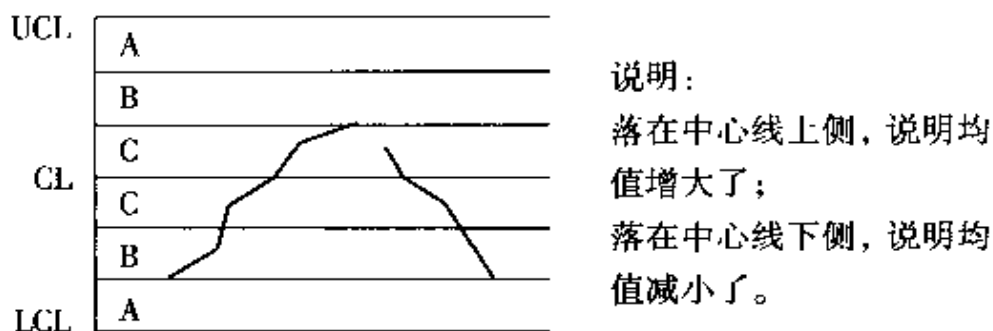


图 2-21

$$\text{由于 } P(n \text{ 点趋势}) = \frac{2}{n_1} (0.9973)^n$$

所以：

$$P(7 \text{ 点趋势}) = \frac{2}{7} (0.9973)^7 = 0.00039 = \alpha_7$$

$$P(6 \text{ 点趋势}) = \frac{2}{6} (0.9973)^6 = 0.00278 = \alpha_6$$

$$P(5 \text{ 点趋势}) = \frac{2}{5} (0.9973)^5 = 0.01644 = \alpha_5$$

由于  $\alpha_6$  与点出界就判异准则的  $\alpha = 0.0027$  最为相近，故确定 6 点趋势判异更合适，以使其每一类错误的概率尽量接近  $\alpha = 0.0027$ 。

(4) 连续 14 个点中相邻点上下交替。如图 2-22 所示：

出现连续 14 个点中相邻点上下交替的情况是存在两个总体。如轮流使用两台设备或由两位操作人员轮流进行操作而引起的系统效应。实际上，这就是一个数据分层不够的问题。连续 14 个点周期性交替发生的概率为 0.004，与  $\alpha = 0.0027$  基本逼近，因此出现此种情形，可以判异。

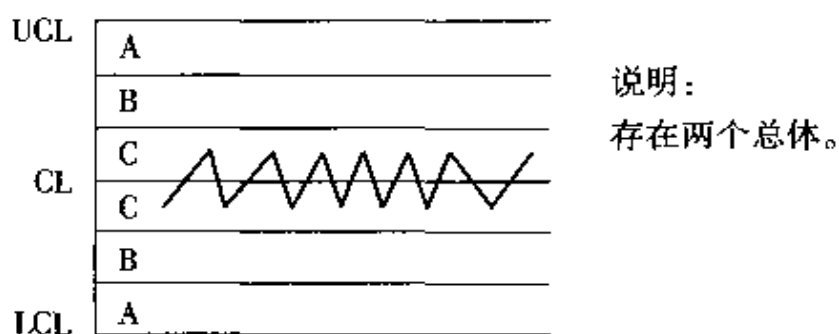


图 2-22

(5) 连续 3 点中有 2 点落在中心线同一侧的 B 区外。连续 3 点中有 2 点落在中心线同一侧的 B 区以外, 两点可以是任何两点, 至于第三点可以在任何处, 甚至可以根本不存在。如图 2-23 所示。

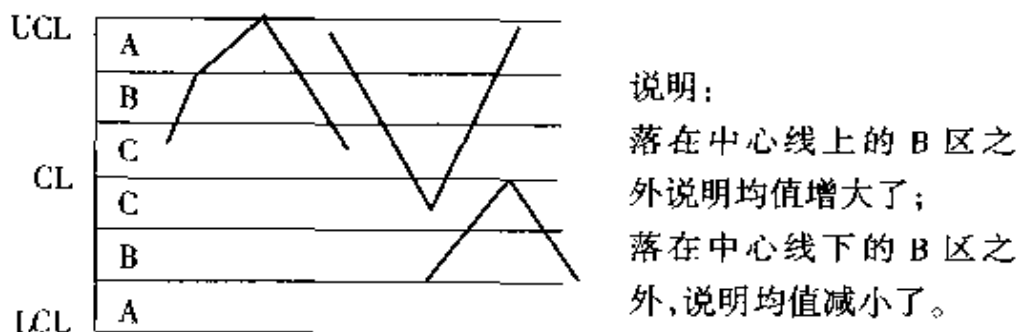


图 2-23

发生的概率为:  $6 \times 0.0228 \times 0.0028 \times 0.9772 = 0.003048$ 。

(6) 连续 5 点中有 4 点落在中心线同一侧的 C 区以外。出现这种情况是因为平均值发生了变化。如图 2-24 所示。

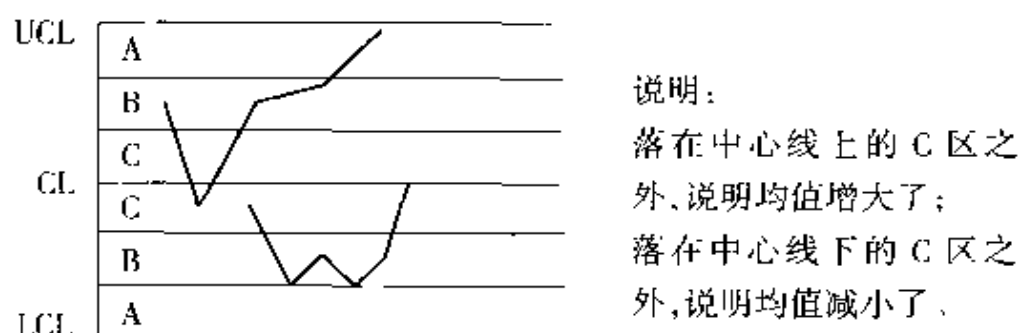


图 2-24

发生的概率为:  $2 \times 5 \times 0.158\ 66^4 \times (1 - 0.158\ 86) = 0.005\ 331$

(7) 连续 15 点落在中心线两侧的 C 区之内。出现连续 15 个点落在中心线两侧的 C 区之内, 实际上是点子过多地集中在中心线附近。如图 2-25 的示。

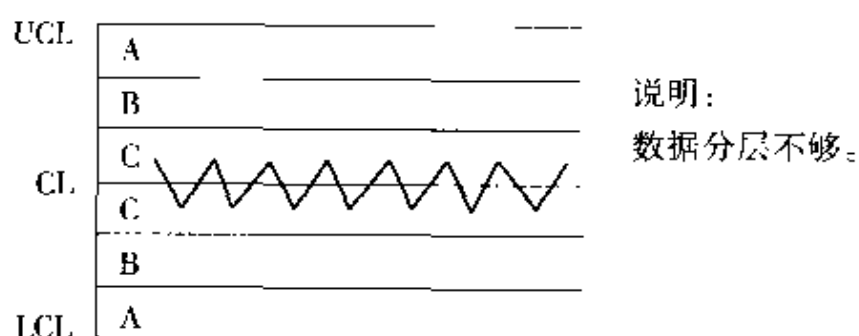


图 2-25

发生的概率为:  $(1 - 0.158\ 86 \times 2)^{15} = 0.003\ 26$

连续 15 点落在中心线两侧的 C 区, 从图形上来看, 似乎表明质量特性值分布的标准差  $\sigma$  很小, 生产过程应处于统计控制状态, 但如果分析其第一类错误的概率  $\alpha_{15}$ , 可知情况并非如此。

15 个点落在 C 区（中心线两侧）的概率为：

$$\alpha_{15} = (1 - 0.158\ 86 \times 2)^{15} = 0.003\ 189\ 4$$

$\alpha_{15}$  与  $\alpha = 0.002\ 7$  接近，由此可知，这是一个小概率事件，根据小概率事件在一次试验中不会出现这种模式，可确定此现象为异常现象，故可判断此生产过程处于非统计控制状态。出现此异常现象由数据分组不当、控制规格太宽和数据不准确所造成。

(8) 连续 8 点落在中心线两侧且无一点在 C 区内。连续 8 点落在中心线两侧且无一点在 C 区内，说明过程的标准差太大，如图 2-26 所示。

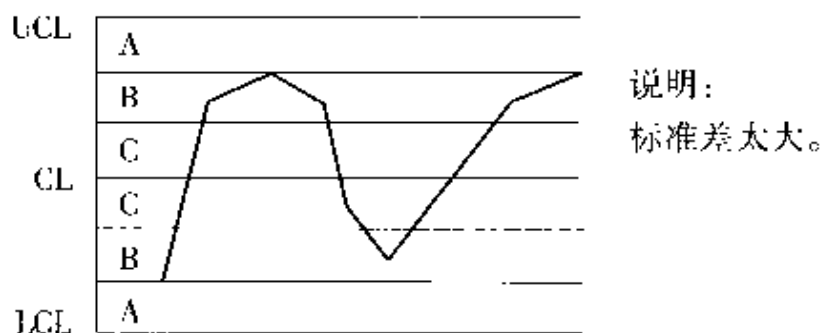


图 2-26

发生概率： $(0.158\ 66 \times 2)^8 = 0.000\ 103$ 。



## 第三章

# SPC 制作及改善

- ◆ 分析用控制图和控制用控制图
- ◆ 过程能力计算及分析
- ◆ SPC 控制图的常用类型及选择
- ◆ SPC 控制图的改善
- ◆ SPC 控制图的适用场合
- ◆ SPC 控制线的更新

SPC 制作包括两种控制图：分析用控制图和控制用控制图。

## ●分析用控制图和控制用控制图

### 1. 分析用控制图

分析用控制图用来判断过程是否稳定和过程能力是否满足基本要求 ( $C_p$  或  $C_{pk} \geq 1$ )。

一个过程开始实施控制图时，几乎总不会恰巧处于受控状态，也即总存在异常波动。如果就以这种失控状态下的参数来建立控制图，上、下控制限一定较宽，这会导致判断失误。因此，一开始，总需要将失控状态调整到理想的受控状态。这就是分析用控制图的阶段。

分析用控制图阶段主要做两件事：

- (1) 使过程受控。
- (2) 使过程能力指数  $C_p$  或  $C_{pk}$  能达到顾客要求。譬如  $C_{pk} > 1$  或  $\geq 1.33$  等。

一旦过程实现了上述两点，就可延长控制限作为控制用控制图，这就进入控制用控制图阶段。

在建立分析用控制图之前要做好如下准备工作：

- (1) 确定过程。要选关键工序、要害部位设置控制点。
- (2) 选好质量特性。对生产或服务的质量有决定性影响的特性应是首选对象。譬如顾客关注的特性，易出问题的特性或其他要害特性。所选质量特性也要注意便于度量。
- (3) 建立适合使用控制图的环境。如对有关人员的培训，教育他们“要讲真知、不虚报数据、不怕麻烦”；同时也要提



供必要的物质条件，如测量工具、印刷控制图用纸等。

(4) 确定测量工具并定期校正。培训有关人员正确地使用它，精确地把质量特性测量出来，获得高质量的数据。

分析用控制图是对产品质量进行改善的依据，是作控制用控制图的基础。

## 2. 分析用控制图的改善程序

上一章，我们介绍了 SPC 过程的四种状态，我们知道 In Spec（技术满足）和 In Control（受控）是理想状态，即 I 状态，In Spec 和 Out Control（失控）为 III 状态，Out Spec（技术不满足）和 In Control 为第 II 状态，那么 Out Spec 和 Out Control 是第 IV 状态，为最差状态。

由最差状态达到理想状态有两条路径：一是  $IV \rightarrow III \rightarrow I$ ，一是  $IV \rightarrow II \rightarrow I$ ，如图 3-1 所示。

In Spec In Control I	Out Spec In Control II
In Spec Out Control III	Out Spec Out Control IV

图 3-1

由  $IV \rightarrow II \rightarrow I$ ，首先应将生产过程调整至满足规格（公差）要求，再考虑如何消除异常因素的作用。这样做可以使不合格品所造成的损失尽可能小一些。

由Ⅳ→Ⅲ→Ⅰ,首先应将过程调整到稳定状态,再考虑将公差调整至规格范围内,这样做可以使异常原因造成的损失尽可能小一些。

究竟该采用哪一种顺序对过程进行调整,应视具体情况而定。如果生产过程的异常因素是主要矛盾,那么应该按Ⅳ→Ⅲ→Ⅰ顺序进行调整。如果超出规格是影响产品合格率的主要因素,那么应该按Ⅳ→Ⅱ→Ⅰ顺序进行调整。

### 3. 控制用控制图

控制用控制图是在分析用控制图的基础上,将合理的控制规格应用到实际的过程控制中。

在作 SPC 过程控制图时,首先要判断过程是否处于稳定受控状态,再判断过程能力是否达到基本要求 ( $C_p$  或  $C_{pk} \geq 1$ )。如果  $C_p$  或  $C_{pk}$  达不到要求,就不能用控制图进行控制,而应对过程进行技术改造,提高过程能力。

## ●过程能力计算及分析

### 1. 过程能力指数 $C_p$ 、 $C_{pk}$

我们常常提到的过程能力指数  $C_p$ 、 $C_{pk}$  是指过程的短期能力。

#### (1) $C_p$

$C_p$  是指过程满足技术要求的能力,常用顾客要求与六倍西格玛的比值来表示。

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{T}{6\sigma}$$

$\sigma$  越小,  $C_p$  指数越大, 过程技术能力越好。

## (2) $C_{PK}$

$C_{PK}$  是指过程的平均值 ( $\mu$ ) 与过程的目标中心 ( $M$ ) 发生了偏移的情形。

$$C_{PK} = (1 - K) C_p$$

$$K \text{ 为偏移度, } K = \frac{|M - \mu|}{T/2} = \frac{2|M - \mu|}{T}$$

$C_{PK}$  的另一种表示形式为:

$$C_{PU} = \frac{USL - \mu}{3\sigma}$$

$$C_{PL} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma}$$

$$C_{PK} = \min \{C_{PU}, C_{PL}\}$$

例 1: 某过程规格为  $20 \pm 1\text{mm}$ , 平均值  $\mu = 18$ ,  $\sigma = 1$ , 求该过程的  $C_{PK}$ 。

$$C_{PU} = \frac{USL - \mu}{3\sigma} = \frac{21 - 18}{3 \times 1} = 1$$

$$C_{PL} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma} = \frac{18 - 19}{3 \times 1} = -0.333$$

$$\begin{aligned} C_{PK} &= \min \{C_{PU}, C_{PL}\} \\ &= \min \{1, -0.333\} \\ &= -0.333 \end{aligned}$$

过程西格玛能力为:

$$Z = 3C_{PK} = 3 \times (-0.333) = -1$$

过程能力不满足要求。一般要求  $C_p$  或  $C_{PK} \geq 1$ , 这是 SPC 过程控制的基本要求。

## 2. 过程性能指数 $P_p$ 、 $P_{PK}$

与  $C_p$ 、 $C_{PK}$  不同的是, 过程性能指数  $P_p$ 、 $P_{PK}$  是相对长期过

程能力而言的。

其样本容量要比短期的样本容量大，因此，它的标准偏差  $\sigma_{LT} = S$ ，即所有样本的标准差。

而短期过程能力  $C_P$ 、 $C_{PK}$  的标准偏差为  $\sigma_{ST}$ 。

$$\sigma_{ST} = S/c_4 \text{ 或 } \sigma_{ST} = R/d_2$$

$c_4$ ， $d_2$  为常数，可查表 10-4 得出。

### (1) $P_P$

过程性能指数  $P_P = 6S$ ，即 6 倍的所有样本的标准偏差。它的另一种表达形式为：

$$P_P = \frac{USL - LSL}{6\sigma_{LT}}$$

### (2) $P_{PK}$

同  $C_{PK}$  一样， $P_{PK}$  也可表示为：

$$P_{PU} = \frac{USL - \mu}{3\sigma_{LT}}$$

$$P_{PL} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma_{LT}}$$

$$P_{PK} = \min \{P_{PU}, P_{PL}\}$$

例 2：某过程规格为  $15 \pm 1\text{mm}$ ，过程平均值  $\mu = 15$ ， $\sigma_{LT} = 0.5$ ，求该过程的  $P_P$ 、 $P_{PK}$ 。

$$\begin{aligned} P_P &= \frac{USL - LSL}{6\sigma_{LT}} \\ &= \frac{16 - 14}{6 \times 0.5} \\ &= \frac{2}{3} \\ &= 0.667 \end{aligned}$$

$$P_{PU} = \frac{USL - \mu}{3\sigma_{LT}} = \frac{16 - 15}{3 \times 0.5} = \frac{2}{3} = 0.667$$

$$P_{PL} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma_{LT}} = \frac{15 - 14}{3 \times 0.5} = \frac{2}{3} = 0.667$$

$$\begin{aligned} P_{PK} &= \min \{P_{PU}, P_{PL}\} \\ &= \min \{0.667, 0.667\} \\ &= 0.667 \end{aligned}$$

长期过程能力为:

$$Z_{LT} = 3P_{PK} = 2$$

短期过程能力为:

$$Z_{ST} = 2 + 1.5 = 3.5$$

该过程仍需进行改善。

## ⊖ SPC 控制图的常用类型及选择

根据过程输出的质量特性的数据性质, 常规 SPC 控制图主要有两类: 一类是计量 SPC 控制图, 另一类是计数 SPC 控制图。

计量 SPC 控制图的背景是正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 它含有两个独立参数: 均值  $\mu$  与标准差  $\sigma$ 。因此要控制计量值的变异需要两张 SPC 控制图: 一张用于控制  $\mu$ , 另一张用于控制  $\sigma$ 。根据样本量的大小和用于估计  $\mu$  与  $\sigma$  的统计量的不同, 计量 SPC 控制图共有四对, 它们是:

(1) 均值—极差控制图 ( $\bar{X} - R$  图): 精度尚可, 使用方便,  $n = 2 \sim 9$ 。

(2) 均值—标准差控制图 ( $\bar{X} - S$  图): 精度最高, 计算量大,  $n \geq 2$ 。

(3) 中位数—极差控制图 ( $Me - R$  图): 精度较差, 计算量小,  $n = 2 \sim 9$ 。



(4) 单值—移动极差控制图 ( $\bar{X} - MR$  图): 不得已时使用,  $n = 1$ 。

计数 SPC 控制图根据背景不同又可分为两类: 计件 SPC 控制图与计点 SPC 控制图。计件 SPC 控制图的背景是二项分布  $b(n, P)$ 。它只含一个参数  $P$ ,  $P$  是不合格品率, 控制不合格品率只需一张 SPC 控制图。再根据使用时的样本是否相同, 又分为两类, 它们是:

(1) 不合格品率 SPC 控制图 ( $P$  图): 样本量由  $P$  决定, 一般较大, 可不相等。

(2) 不合格品数 SPC 控制图 ( $nP$  图): 样本量由  $P$  决定, 一般较大, 且要相等。

计点 SPC 控制图的背景是泊松分布  $P(\lambda)$ , 它只含一个参数  $\lambda$ ,  $\lambda$  是单位产品上的缺陷数 (不合格数), 控制  $\lambda$  只需一张 SPC 控制图。再根据使用的样本量 (单位产品数) 是否相同, 又分为两类, 它们是:

(1) 单位产品缺陷数 (不合格数) SPC 控制图 ( $u$  图): 样本量由  $\lambda$  决定, 可不相等。

(2) 缺陷数 (不合格数) SPC 控制图 ( $c$  图): 样本量由  $\lambda$  决定, 但要相等。

要注意: 只有在样本量相等的场合, 不合格品数  $nP$  或缺陷数 (不合格数)  $c$  才具有可比性。

SPC 控制图的选择从数据的特性开始, 看数据是计量型数据还是计数型数据, 其一般的选择程序如图 3-2 所示。

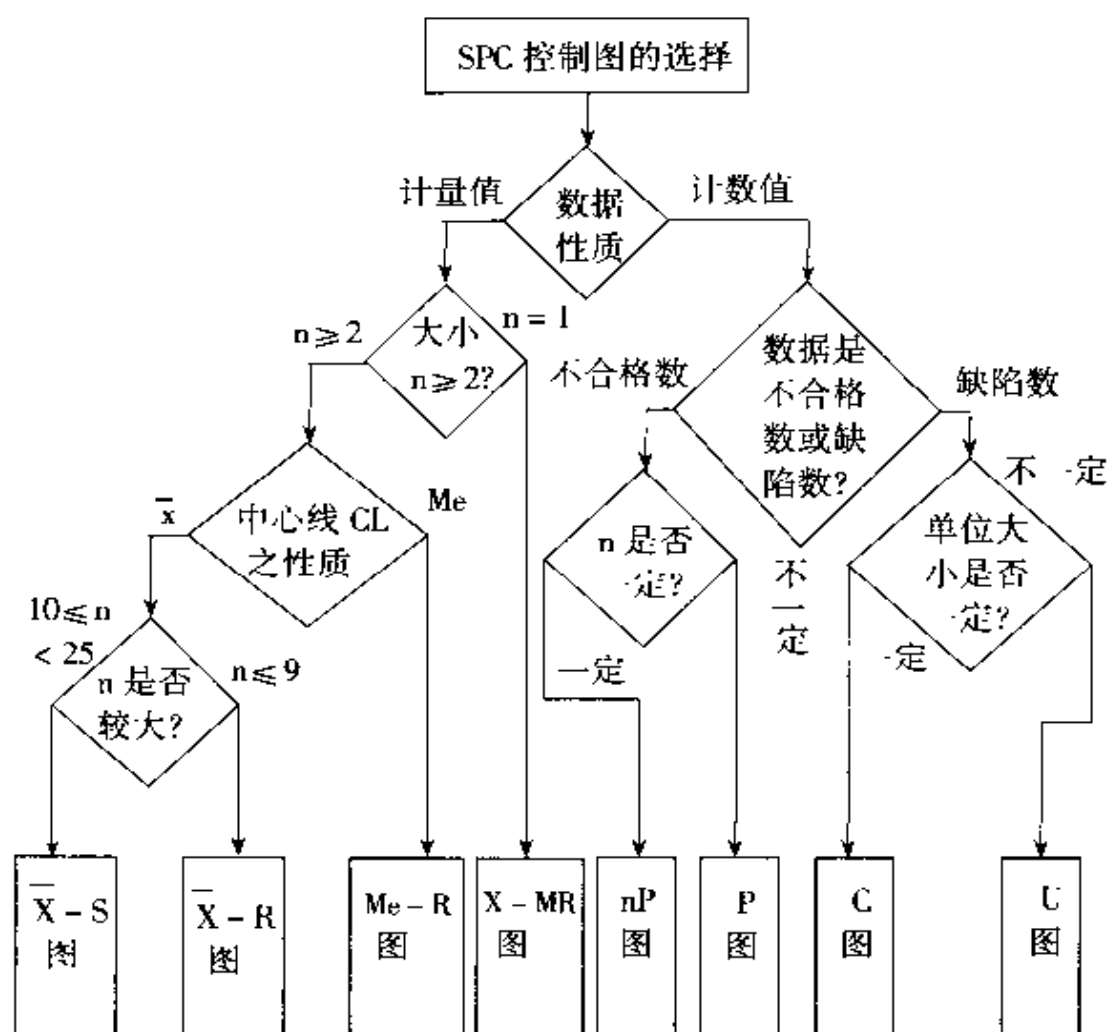


图 3-2 SPC 控制图的选择

#### ④ SPC 控制图的改善

如何改善 SPC 控制图？这需要在制作之前有充分的准备：要建立适合于实施的环境，定义过程，确定作图的特性，考虑到顾客的需求，当前及潜在的问题区域，特性间的相互关系，确定测量补充，使不必要的变差最小等。

### 1. 建立适合于实施的环境

管理者要建立适合于 SPC 实施的环境和条件,提供必要的资源(人力和物力),并参与和支持改进措施的推行,确保 SPC 在企业能够成功实施。

### 2. 定义过程

使用过程流程图定义过程,并确定与过程有关的因素(人、设备、材料、方法、环境和测量 5M1E),进行因果分析,找出影响过程的关键因素。

### 3. 确定作图的特性

重点应放在那些对过程改进有帮助的特性上,应用柏拉图原理。应适当考虑如下因素:

(1) 顾客需求。包括把产品和服务作为输入的后续过程顾客和作为最终产品的顾客,了解这两种顾客的需求,向他们询问过程何处需要改进,体现共同合作和理解的精神。

(2) 当前潜在的问题区域。考虑存在浪费或低效能的证据(如废品、返工、加班时间、与目标值不符)以及有问题的区域(如产品或服务的设计或过程中任何元素即将发生变化),这些都是改进的机会,管理者都应该进行改善。

(3) 特性之间的相互关系。为了使 SPC 制作容易,对于有相关特性的参数,用一个有代表性的特性加以控制就可以了。同时,对于其他一些难以测量的特性,可选择比较容易测量的特性来代替。





#### 4. 定义测量系统

在进行 SPC 控制时，测量系统应该符合要求，否则会失去控制的意义。因此在 SPC 控制图制作中，首先应该保证数据的真实性和准确性，测量仪器应定期校验，以符合 SPC 控制的基本要求；测量系统应有足够的分辨率，否则控制就不准确。

#### 5. 使不必要的变差最小化

在制作 SPC 之前，应清除引起不必要变差的外部原因，避免不用控制图应能纠正的明显问题，在任何时候对任何过程因素的变化（材料、工具变换）都要作好记录，这将有利于下一步的过程分析。

### ⑤ SPC 控制图的适用场合

#### 1. 当无法使用防错装置时

在过程无法使用防错装置时，可用 SPC 对过程加以控制。

#### 2. 由 FMEA 分析得到 RPN 高的过程

在进行 FMEA 分析时，对风险系数（RPN）较高的过程，可以用 SPC 对该过程进行控制，评估目前的控制水平，确定控制计划中存在的问题，确认 SPC 控制的有效性。

#### 3. 基于试验设计（DOE）所确定的关键变量

在进行试验设计分析时，能够确定影响实验过程的关键变量。因此可对关键变量进行 SPC 控制，以确保过程的稳定。



#### 4. 客户需求

有的客户明确要求过程要进行 SPC 控制，如三大汽车供应商都有 SPC 过程控制要求。

#### 5. 管理承诺

在 ISO 9000 中，SPC 作为一项重要内容，要求组织应采用适宜的方法对质量体系过程进行监视，并在适用时进行测量。组织应确定，收集和分析适当的数据，以证实质量体系的适宜性和有效性，并评价在何处可以进行质量管理体系的持续改进。SPC 作为 ISO 9000 关于测量、分析和改进方面的一项重要内容，是管理者应该承诺实施的主要内容之一，因此 SPC 具有十分重要的作用。

### ⑥ SPC 控制线的更新

#### 1. 供应商关键材料变更

在供应商关键材料发生变更时，过程 SPC 控制线也要及时更新，以确保过程受控。

#### 2. 加工设备变更

在机器设备发生变更时，SPC 控制线也需要进行相应调整。

#### 3. 影响工艺流程的工程变更

当工程发生变更时，相应过程 SPC 控制线也要进行修改，

以使过程处于受控状态。

#### 4. 人员变更

因为人员也是 5M1E 因素之一，因此，加入新的作业人员也要考虑 SPC 控制线的修正。

#### 5. 样本大小变更

在样本大小发生变更时，SPC 控制线应作相应调整，因为 SPC 控制线的计算都是与样本容量有关的。



## 第四章

# 计量型控制图

- ◆ 计量型控制图的使用说明
- ◆ 均值—极差控制图
- ◆ 均值—标准差控制图
- ◆ 中位数—极差控制图
- ◆ 单值—移动极差控制图

## ● 计量型控制图的使用说明

### 1. 计量数据

计量数据是指对产品质量特性进行测量所得的观察值。如以毫米 (mm) 表示的长度, 以克 (g) 表示的质量, 以牛顿 (N) 表示的重力等。

### 2. 计量控制图的作用

大多数过程输出的质量特性具有可计量特性, 所以计量控制图应用广泛。

(1) 一个计量值较计数值包含更多信息, 便于调查异常波动的原因。

(2) 没有规范值也可使用计量控制图。

(3) 虽然获得一个计量数据比获得一个计数数据的费用高一些, 但计量控制图所用数据个数要比计数控制图所用数据个数少得多, 且更为有效, 在一些情况下, 这有助于减少总检验费用, 并缩短零件生产与采取纠正措施之间的时间间隔。

### 3. 计量控制图的基础

计量控制图是在正态性假设下计算控制限的各种参数。质量特性偏离正态性也是会发生的。由中心极限定理可知, 平均值总会趋于正态分布。所以对  $\bar{X}$  控制图而言, 即使样本量仅为 4 或 5, 也假定其正态性是合理的。

极差和标准差的分布并不是正态的, 但仍在近似正态性假设下计算 R 图与 S 图控制限的各种参数, 这种假设在实际使用

中还是令人满意的。

#### 4. SPC 抽样原则

SPC 抽样原则，一般采用合理子组抽样原则。用公式表示是：

$$SS_T = SS_W + SS_B$$

总变差 = 组内变差 + 组间变差

合理子组原则是休哈特提出的控制图的理论基础之一。它是指在抽取样本时要使：

- (1) 组内波动仅由正常原因引起的；
- (2) 组间波动仅由异常原因引起的（假如有异常波动的话）。

休哈特称这样得到的样本为“子组”。由于子组内无异常活动，故用其作为标准差可得到较为精确的估计，数值一般较小。当  $\sigma$  较小时，如  $\pm 3\sigma$ ，控制限的宽度也不大，从而对检出异常波动就较为灵敏。

为了实现“合理子组原则”，一个最简单的方法是在短时间内把一个子组全部抽取，或者对连续生产产品进行“块抽样”。由于抽样时间短，就可避免异常因素进入子组。

#### 5. 四对计量控制图的控制限

计量控制图有四对。它们的中心线 CL、上控制限 UCL、下控制限 LCL 列于表 4-1。其中  $\bar{X}-R$  图最为常用。

表 4-1 计量控制图的中心线和上、下控制限

控制图的名称与符号		CL	UCL	LCL
均值—极差控制图 ( $\bar{X}-R$ 图)	$\bar{X}$ 图	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$	$\bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$
	R图	$\bar{\bar{R}}$	$D_4 \bar{R}$	$D_3 \bar{R}$
均值—标准差控制图 ( $\bar{X}-S$ 图)	$\bar{X}$ 图	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S}$	$\bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S}$
	S图	$\bar{\bar{S}}$	$B_4 \bar{S}$	$B_3 \bar{S}$
中位数—极差控制图 ( $\bar{Me}-R$ 图)	Me图	$\bar{\bar{Me}}$	$\bar{\bar{Me}} + A_4 \bar{R}$	$\bar{\bar{Me}} - A_4 \bar{R}$
	R图	$\bar{\bar{R}}$	$D_4 \bar{R}$	$D_3 \bar{R}$
单值—移动极差控制图 ( $\bar{X}-MR$ 图)	$\bar{X}$ 图	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}} + E_2 \overline{MR}$	$\bar{\bar{X}} - E_2 \overline{MR}$
	MR图	$\overline{MR}$	$D_4 \overline{MR}$	$D_3 \overline{MR}$

注：表中  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$ ,  $B_3$ ,  $B_4$  等与样本量  $n$  有关，其值如表 4-2 所示。

表 4-2

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A_2$	1.88	1.02	0.73	0.58	0.48	0.42	0.37	0.34	0.31
$A_3$	2.66	1.95	1.63	1.43	1.29	1.18	1.10	1.03	0.98
$A_4$	1.88	1.19	0.80	0.69	0.55	0.51	0.43	0.41	0.36
$B_3$	*	*	*	*	0.10	0.12	0.19	0.24	0.28
$B_4$	3.27	2.57	2.27	2.09	1.97	1.88	1.82	1.76	1.72
$D_3$	*	*	*	*	*	0.08	0.14	0.18	0.22
$D_4$	3.27	2.55	2.28	2.11	2.00	1.92	1.86	1.82	1.78
$E_2$	2.66	1.77	1.46	1.29	1.18	1.10	1.05	1.01	0.98





## ● 均值—极差控制图

$\bar{X}-R$  图是应用最为常用的一对控制图。由于计算方便，适合于现场生产过程控制。

### 1. 收集数据

以子组为单元收集数据。

(1) 选择子组容量、子组个数与子组间隔。

子组容量  $n$ ：一般以 4~5 个为宜；

子组个数  $K$ ：一般以 20~25 个为宜；

子组间隔：没有统一规定，要视产量而定。譬如每小时生产 10 个以下产品，子组间隔可定为 8 小时；若每小时产量在 10~19 个之内，子组间隔可定为 4 小时；若每小时产量在 20~49 个之内，子组间隔可定为 2 小时；若每小时产量在 50 个以上，子组间隔可定为 1 小时。

(2) 按合理子组原则在生产线上抽样并进行测量，抽样应尽快完成，尽量减少对生产线的干扰。

(3) 取控制图用纸，填写表头，记录测量数据。

(4) 计算每个子组的均值  $\bar{X}$  和极差  $R$ ：

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}$$

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

(5) 在  $\bar{X}$  图和  $R$  图上选择合理的尺度，使点尽量在图的中间部位。

(6) 在控制图上点出均值  $\bar{X}$  和极差  $R$ ，然后连成折线。



## 2. 计算控制限

(1) 计算  $K$  个子组均值的平均值  $\bar{\bar{X}}$ :

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \cdots + \bar{X}_K}{K}$$

它将是  $\bar{X}$  图的中心线, 又称为过程平均。

(2) 计算  $K$  个子组极差的平均值  $\bar{R}$ :

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \cdots + R_K}{K}$$

它将是  $R$  图的中心线, 又称平均极差。

(3) 计算  $\bar{X}$  图的上、下控制限:

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

(4) 计算  $R$  的上、下控制限:

$$UCL_R = D_4 \bar{R}$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R}$$

(5) 画出  $\bar{X}$  图和  $R$  图的中心线(实线)和上、下控制限(虚线)。

这样画出的  $\bar{X}$  图与  $R$  图是供分析使用, 考察过程是否受控。若过程失控, 对图尚需修改或补充。

控制图上的点的分布状态是生产过程运行的缩影。各种波动(正常波动或异常波动)都通过点的分布状态表现出来。应从图上搜索异常波动, 并逐个分析, 寻找原因, 及时纠正, 以免再现。

$\bar{X}$  图显示子组间的波动, 并表明过程的稳定性。

$R$  图显示子组内的波动, 也是所考察过程的波动大小的指示器。 $R$  图的失控将影响到  $\bar{X}$  图, 因为  $\bar{X}$  图的上、下限依赖



于平均极差  $\bar{R}$ 。所以应先分析 R 图, 后分析  $\bar{X}$  图。

### 3. R 图的分析

(1) 在 R 图上检查所有极差点有无超出控制限, 有无异常模式或趋势。若有超出控制限的点, 或者若干点连续上升或下降都是值得查明原因的波动。

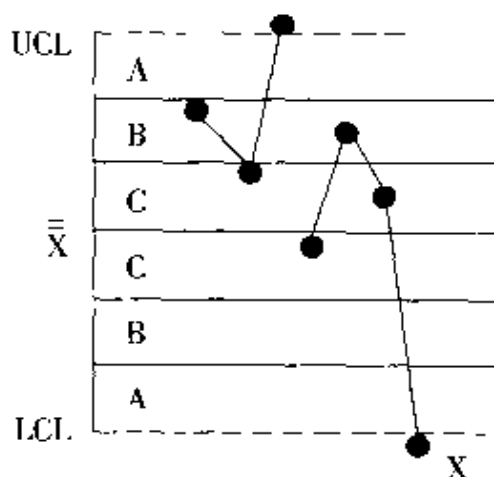
(2) 查明原因后, 可剔去该子组, 重新计算 R 图的控制限, 再一次检查有否异常现象, 若有, 可重复“识别—纠正—重新计算”程序。

(3) 从 R 图中剔去的任一子组, 也应从  $\bar{X}$  图中剔去, 并重新计算  $\bar{X}$  图的中心线和上、下控制限。

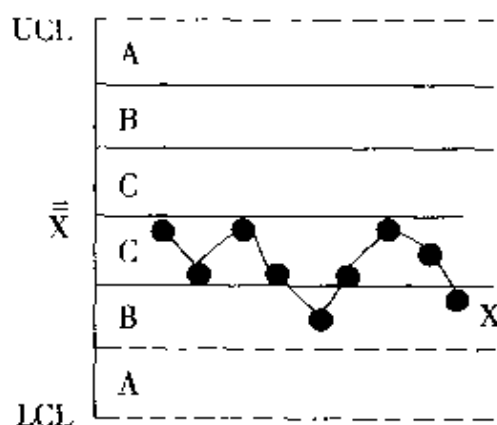
当确认 R 图受控后, 就可转入  $\bar{X}$  图的分析。

### 4. $\bar{X}$ 图的分析

(1) 在  $\bar{X}$  图上检查诸均值点有无超出控制限, 有无异常模式或趋势。对  $\bar{X}$  图和单值  $\bar{X}$  图来说, 有八种异常波动的模式 (图 4-1)。图中 A、B、C、C、B、A 等 6 个区域的宽度都为  $1\sigma$ , 两个 C 区关于中心线对称。

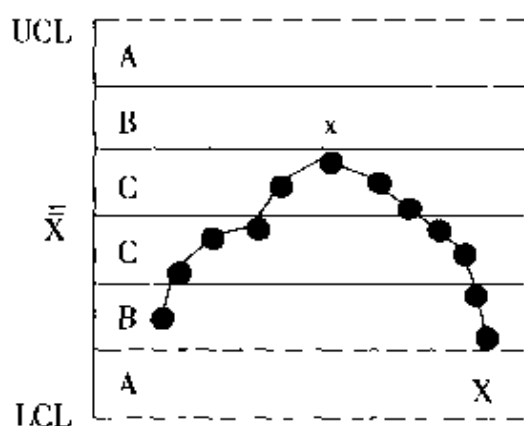


检验 1: 1 个点落在 A 区外

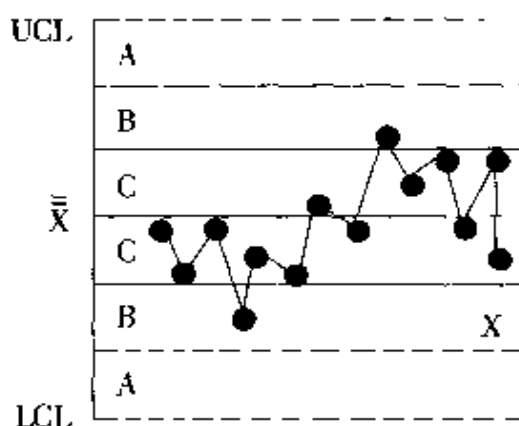


检验 2: 连续 9 点落在中心线同一侧

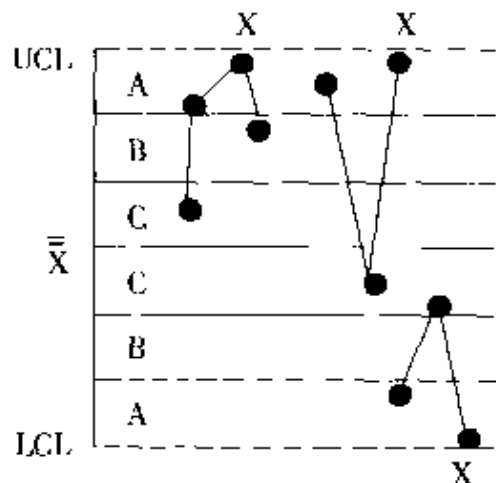




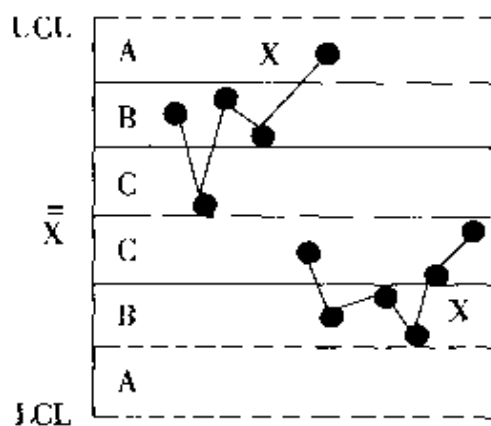
检验 3: 连续 6 点递增或递减(趋势)



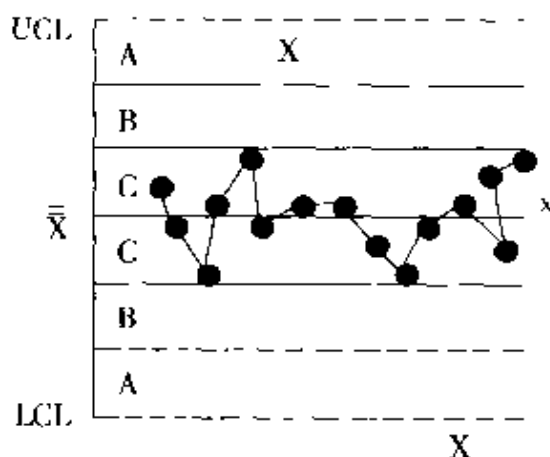
检验 4: 连续 14 个点中相邻点上下交替



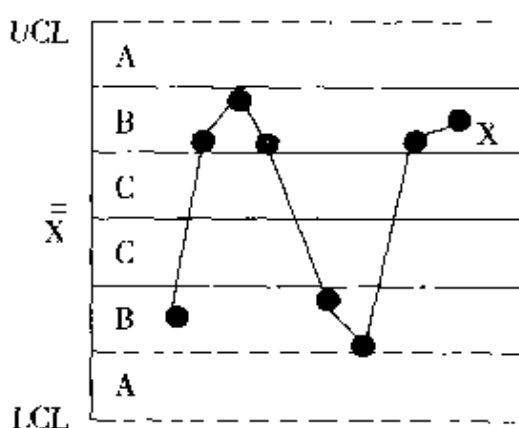
检验 5: 连续 3 点中有 2 点落在中心线同一侧的 B 区以外



检验 6: 连续 5 点中有 4 点落在中心线同一侧的 C 区以外



检验 7: 连续 15 点落在中心线两侧的 C 区内



检验 8: 连续 8 点落在中心线两侧且无一点落在 C 区内

图 4-1  $\bar{X}$  图(或单值图)上异常波动模式



(2) 发现异常波动存在后,要查找原因,及时纠正,并同时剔除该子组。再重新计算  $\bar{X}$  图控制限。再一次检查有否异常现象。若有,可重复“识别—纠正—重新计算”程序。

(3) 从  $\bar{X}$  图中剔去的任一子组,也应从  $R$  图中剔去,并重新计算  $R$  图的中心线和上、下控制限,并确认仍处于受控状态。

在对  $R$  图和  $\bar{X}$  图的分析中寻找异常波动,并查明原因,采取纠正措施是使用控制图最重要、最有意义的一步,也是最困难、最花时间的工作,这需要耐心和洞察力。在查找原因时,还要先自身,后他人;先内部,后外部。

当  $\bar{X}-R$  图都处于受控状态时,接下去把受控过程与规范限进行比较,以确定受控过程是否满足顾客的需要。

### 5. 过程能力分析

对受控过程计算过程能力指数 (PCI)  $C_p$  和  $C_{pk}$ :

(1) 若  $PCI < 1$ , 说明过程能力不充分,需要采取管理行动。

(2) 若  $PCI > 1$ , 说明过程能力尚可,但还要检查过程中心  $\bar{X}$  与规范中心  $[M = (USL + LSL) / 2]$  是否重合。若两中心间有不小的距离,要努力设法使  $\bar{X}$  尽量靠近  $M$ 。

(3) 若  $PCI \geq 1.33$ ,  $\bar{X}-R$  图分析用控制图建图程序可用图 4-2 来表示。说明过程能力比较充足。



## 6. $A_2$ 、 $D_3$ 、 $D_4$ 常数表

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$A_2$	1.88	1.02	0.73	0.58	0.48	0.42	0.37	0.34	0.31
$D_3$	*	*	*	*	*	0.08	0.14	0.18	0.22
$D_4$	3.27	2.55	2.28	2.11	2.00	1.92	1.86	1.82	1.78

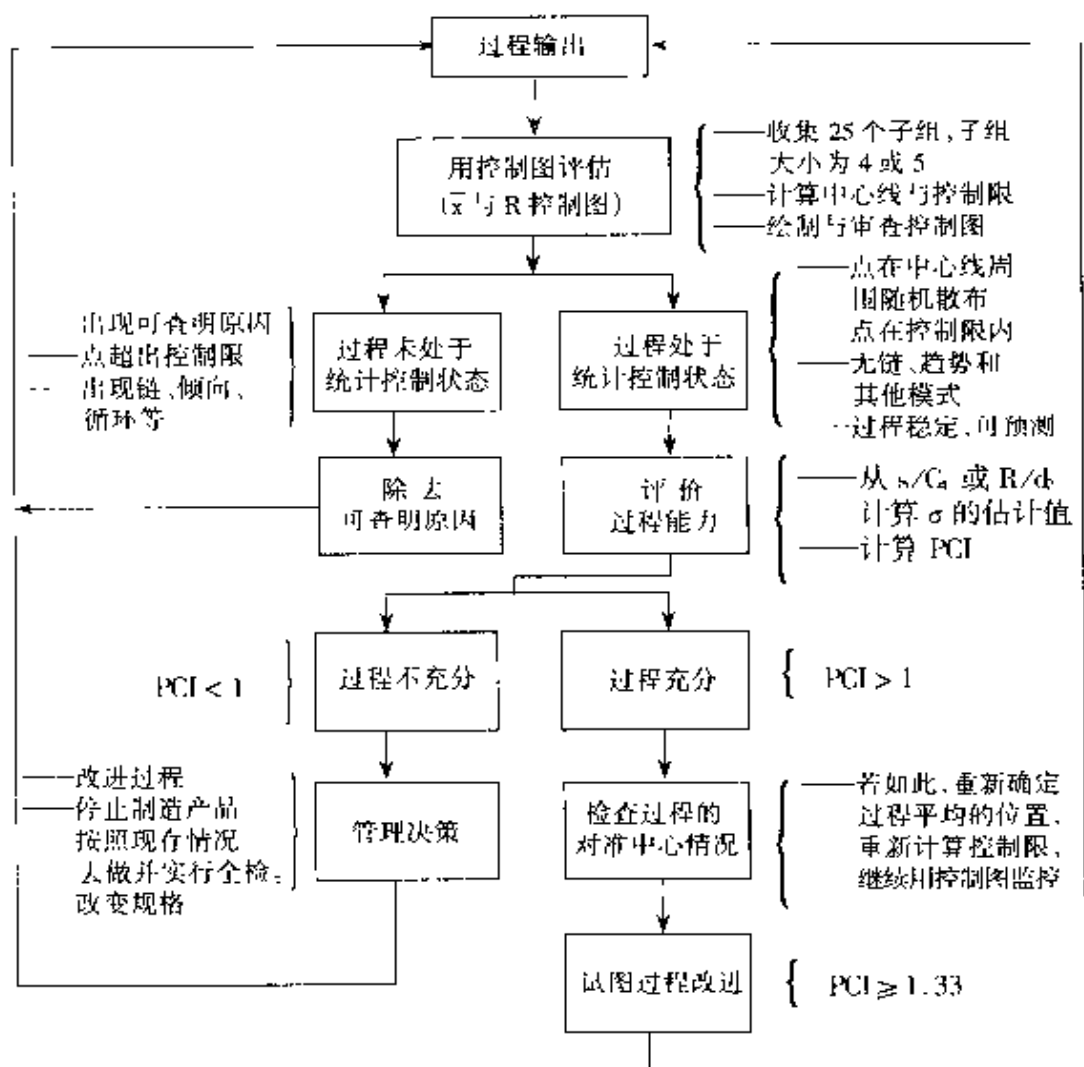


图 4-2



## 7. 控制用控制图

(1) 当过程受控, 且过程能力指数达到要求, 延长控制限, 进入控制用控制图。它与分析用控制图的区别如表 4-3 所示。

表 4-3 控制用控制图与分析用控制图的主要区别

区别点	分析用控制图	控制用控制图
过程以前的状态	未知	已知
作图需要子组数	每次 20 组到 25 组	每次一组
控制图的界限	需计算	延长前控制限
使用目的	了解过程	控制过程
使用人员	工艺、质管	现场操作和管理人员

(2) 当需要改变了子组大小时, 应注意重新计算  $\bar{X}$  图和  $R$  图的控制限。具体做法见下面的例子。

例: 原  $\bar{X}-R$  图的子组大小  $n=5$ , 相应的两条中心线分别为:

$$\bar{\bar{X}} = 10, R = 5$$

如今为节约成本和时间需将子组大小改为  $n'=8$ 。这时应如何修改控制限?

◎根据  $\bar{X}-R$  图的构造知, 子组大小变化只影响平均极差, 不影响过程中心  $\bar{\bar{X}}$ 。

◎设新的平均差为  $\bar{R}'$ , 而过程的标准差  $\sigma$  是不会随子组大小变化而变化的。因此可得  $\sigma$  的两个估计:

在  $n=5$  时, 可用  $R$  得  $\sigma$  的估计  $\sigma = \bar{R}/d_2$ ;

在  $n'=8$  时, 可用  $\bar{R}'$  得  $\sigma$  的估计  $\sigma = \bar{R}'/d'_2$ ;



这两个估计相等,即可得新的平均极差:

$$R' = \frac{d'_2}{d_2} \bar{R} = \frac{2.847}{2.326} \times 5 = 6.12$$

⊙重新计算新的控制限:

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{X} + A_2 \bar{R}' = 10 + 0.373 \times 6.12 = 12.28$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{X} - A_2 \bar{R}' = 10 - 0.373 \times 6.12 = 7.72$$

$$UCL_R = D_4 \bar{R}' = 1.864 \times 6.12 = 11.41$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R}' \text{ (值不存在)}$$

⊙绘制新的  $\bar{X} - R$  图作控制用。

在使用控制图控制过程中发现异常波动,要及时查找原因,采取纠正措施,但不必修改控制限。

当确认过程改变了,如生产的产品变了、主要设备变了、主要工艺变了或主要原料变了等,这时就需要重新构造  $\bar{X} - R$  图。

## 8. $\bar{X} - R$ 控制图应用实例

设某食物包装重量是一个重要的质量特性。为对其进行控制,在生产现场每隔一小时连续测量 5 ( $n$ , 子组容量) 件产品的重量,如表 4-4 所示。试作  $\bar{X} - R$  图。

对每一子组计算  $\bar{X}_i$  与  $R_i$ , 结果同时列在表 4-4 中。

表 4-4 数据及计算表

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$\bar{X}$	$R$
45	50	54	50	58	51.4	13
46	51	53	54	52	51.2	8
47	53	47	53	52	50.4	6



续上表

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$\bar{X}$	R
58	54	48	45	45	50.0	13
52	48	49	46	46	48.2	6
52	49	45	47	47	48.0	7
51	47	46	58	58	52.0	12
50	53	47	52	52	50.8	6
48	45	58	52	52	51.0	13
49	46	52	51	51	49.8	6
55	47	52	50	46	50.0	9
46	58	45	52	47	49.6	13
47	52	46	53	48	49.2	7
48	52	47	47	56	50.0	9
49	51	58	48	45	50.2	13
50	50	52	49	47	49.6	5
51	43	52	50	53	49.8	10
54	45	51	53	48	50.2	9
52	47	50	54	43	49.2	11
53	48	51	50	45	49.4	8
54	49	50	51	46	50.0	8
50	54	50	52	47	50.6	7
46	53	54	56	58	53.4	12
47	56	53	53	52	52.2	9
48	57	52	52	52	52.2	9
				$\bar{X}$	50.34	
				$\bar{R}$		9.16



①计算过程平均  $\bar{\bar{X}}$  与平均极差  $\bar{R}$ ：

$$\bar{\bar{X}} = 50.34, \bar{R} = 9.16$$

②计算  $\bar{X} - R$  图中心线与控制限。

$\bar{X}$  图： $CL_{\bar{X}} = 50.34$

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} = 50.34 + 0.58 \times 9.16 = 55.65$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R} = 50.34 - 0.58 \times 9.16 = 45.03$$

$R$  图： $CL_R = 9.16$

$$UCL_R = D_4\bar{R} = 2.11 \times 9.16 = 19.33$$

$$LCL_R = D_3\bar{R} = 0$$

③作  $\bar{X}$  图与  $R$  图（图 4-3）。

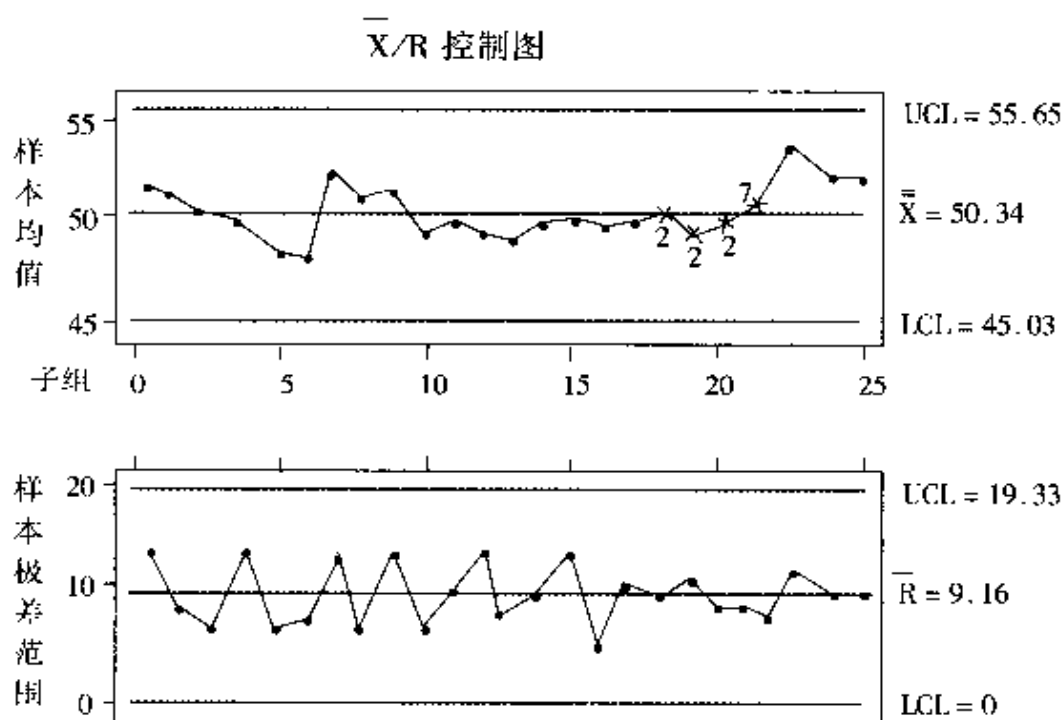
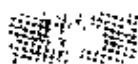


图 4-3  $\bar{X} - R$  图

①  $X - R$  图显示：过程虽然受控，但图中有几组数据点有变坏趋势。



⑤计算过程的标准差：

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{9.16}{2.326} = 3.94$$

⑥计算过程能力指数。若包装重量的规格是  $50 \pm 10\text{g}$ ，上规范为  $60\text{g}$ ，下规范是  $40\text{g}$ ，我们可以求得：

$$\begin{aligned} C_{pk} &= \frac{\min \{USL - \bar{X}, \bar{X} - LSL\}}{3\sigma} \\ &= \frac{\min \{60 - 50.34, 50.34 - 40\}}{3 \times 3.94} \\ &= \frac{9.66}{11.82} = 0.82 < 1 \end{aligned}$$

这表明：过程能力较差。应该改善之。

## ⊖均值—标准差控制图

均值—标准差 ( $\bar{X} - S$ ) 控制图也是一种常用的控制图，在样本容量比较大的场合 ( $n \geq 10$ )，过程偏差的计算比  $\bar{X} - R$  图更准确。 $\bar{X} - R$  图只考虑了子组数据中最大值和最小值的变动状态，而  $\bar{X} - S$  图考虑了子组中每一个数据与平均值的偏移状态，因而  $\bar{X} - S$  图可以较清楚地理解过程的分布状态。下面将详细叙述  $\bar{X} - S$  图的建图程序，并用实例加以分析。

### 1. 收集数据

以子组为单元收集数据，子组容量  $n \geq 10$ ，一般取 10，子组个数  $K$  以 20 ~ 25 个为宜。

### 2. 计算每个子组的均值 $\bar{X}$ 和标准偏差 $S$

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}$$



$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

### 3. 计算 K 个子组的均值

计算 K 个子组均值的平均值  $\bar{\bar{X}}$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_K}{K}$$

计算 K 个子组标准差的平均值  $\bar{S}$

$$\bar{S} = \frac{S_1 + S_2 + \cdots + S_K}{K}$$

### 4. 计算 $\bar{X}$ 图的上、下控制限

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S}$$

$$CL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}}$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S}$$

### 5. 计算 S 图的上、下控制限

$$UCL_S = B_4 \bar{S}$$

$$CL_S = \bar{S}$$

$$LCL_S = B_3 \bar{S}$$

### 6. $A_3$ 、 $B_3$ 、 $B_4$ 常数表

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$B_4$	3.27	2.57	2.27	2.09	1.97	1.88	1.82	1.76	1.72
$B_3$	*	*	*	*	0.10	0.12	0.19	0.24	0.28
$A_3$	2.66	1.95	1.63	1.43	1.29	1.18	1.10	1.03	0.98



7.  $\bar{X}-R$  控制图应用实例

某注塑产品的关键尺寸 CTQ 为  $5 \pm 0.05\text{mm}$ ，为对其进行控制，每隔一小时测量 10 个尺寸，如表 4-5 所示，试作其  $\bar{X}-S$  控制图。

表 4-5 数据及计算表

组号	测量值										$\bar{X}_i$	$\bar{S}_i$
	$X_{i1}$	$X_{i2}$	$X_{i3}$	$X_{i4}$	$X_{i5}$	$X_{i6}$	$X_{i7}$	$X_{i8}$	$X_{i9}$	$X_{i10}$		
1	4.95	4.99	4.98	4.95	5.01	5.02	5.03	4.96	4.97	4.98		
2	4.96	4.97	4.98	4.96	5.00	5.01	5.02	5.03	5.04	4.99		
3	4.97	4.98	4.99	5.00	5.01	5.02	4.98	4.97	4.96	5.04		
4	4.96	4.97	5.01	5.02	4.96	4.98	4.96	4.97	5.01	5.03		
5	4.95	4.96	4.97	5.01	5.00	4.96	4.97	4.98	5.00	5.01		
6	4.96	4.97	4.98	4.95	4.96	5.01	4.96	5.02	4.98	4.97		
7	4.95	5.01	5.02	4.96	4.97	5.01	5.02	4.96	4.97	4.98		
8	5.01	5.02	4.98	4.99	4.97	4.98	4.99	5.01	5.00	5.02		
9	4.96	4.97	4.98	5.00	5.01	4.96	4.97	4.98	4.96	4.97		
10	4.95	4.96	4.97	4.98	4.96	4.97	4.98	5.01	5.02	5.03		
11	4.96	4.97	5.01	5.02	4.97	4.98	5.01	5.02	5.03	4.98		
12	4.96	4.95	4.97	4.98	4.99	5.00	4.96	4.97	4.98	4.99		
13	5.00	5.01	5.02	4.97	4.98	4.99	5.01	5.02	5.03	5.04		
14	4.97	4.98	4.99	4.97	4.97	4.98	4.99	4.98	4.97	4.98		
15	4.96	4.97	4.98	4.99	5.00	4.96	4.97	4.98	4.99	5.01		
16	4.95	4.96	4.97	4.98	4.99	4.96	4.95	4.98	4.99	5.00		
17	4.98	4.95	4.96	4.97	5.00	5.01	5.02	4.97	4.98	4.99		
18	4.96	4.97	4.98	4.99	4.96	4.97	4.98	4.99	4.97	4.98		
19	4.95	4.96	4.97	4.98	4.95	4.96	4.97	4.98	4.99	5.00		
20	4.96	4.97	4.98	4.99	4.96	4.97	4.98	4.96	4.97	4.98		

①计算过程平均  $\bar{\bar{X}}$  与标准差  $\bar{S}$

$$\bar{\bar{X}} = 4.983\ 35 \quad \bar{S} = 0.020\ 86$$

②计算  $\bar{X} - S$  图的上下控制限。

$$\begin{aligned} \bar{X} \text{ 图: } UCL_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_3\bar{S} = 4.983\ 35 + 0.98 \times 0.020\ 86 \\ &= 5.003\ 79 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} LCL_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - A_3\bar{S} = 4.983\ 35 - 0.98 \times 0.020\ 86 \\ &= 4.963\ 00 \end{aligned}$$

$$S \text{ 图: } UCL_S = B_4\bar{S} = 1.72 \times 0.020\ 86 = 0.035\ 88$$

$$LCL_S = B_3\bar{S} = 0.28 \times 0.020\ 86 = 0.005\ 84$$

③作出  $\bar{X} - S$  控制图 (图 4-4)。

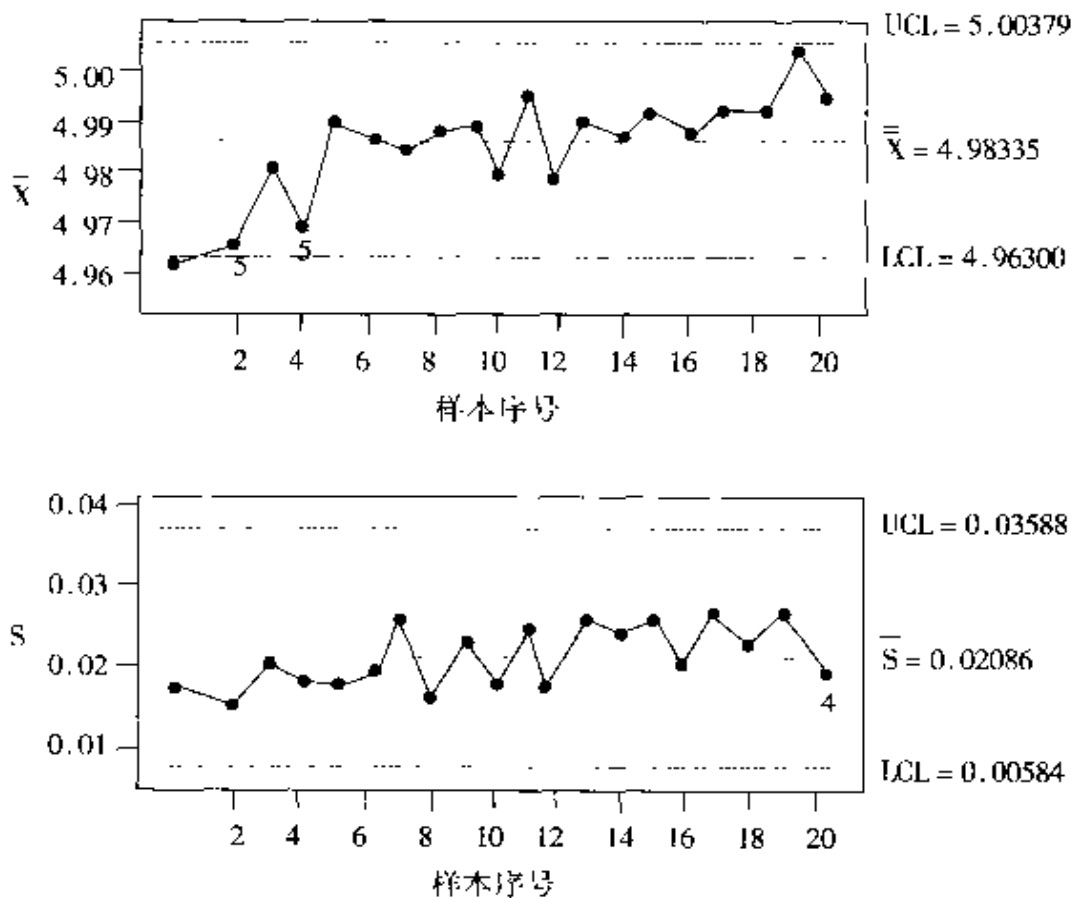
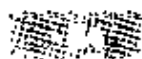


图 4-4  $\bar{X} - S$  控制图



从图中可以看出：过程处于受控状态。

④计算过程的标准差：

$$\sigma_s = \frac{\bar{S}}{c_4} = \frac{0.020\ 86}{0.977} = 0.021\ 351$$

⑤计算过程能力指数。

$$C_{PU} = \frac{USL - \bar{X}}{3\sigma_s} = \frac{5.05 - 4.983\ 35}{3 \times 0.021\ 351} = 1.04$$

$$C_{PL} = \frac{\bar{X} - LSL}{3\sigma_s} = \frac{4.983\ 35 - 4.95}{3 \times 0.021\ 351} = 0.52$$

$$C_{PK} = \min \{C_{PU}, C_{PL}\} = 0.52$$

⑥计算 DPPM。

$$\begin{aligned} P &= P_L + P_U \\ &= P(X < LSL) + P(X > USL) \\ &= \Phi\left(\frac{LSL - \mu}{\sigma_s}\right) + [1 - \Phi\left(\frac{USL - \mu}{\sigma_s}\right)] \\ &= \Phi(C_{PL}) + [1 - \Phi(C_{PU})] \\ &= \Phi(0.52) + [1 - \Phi(1.04)] \\ &= 0.698\ 5 + [1 - 0.850\ 8] = 0.847\ 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DPPM &= P \times 10^6 \\ &= 0.847\ 7 \times 10^6 \\ &= 847\ 700 \end{aligned}$$

⑦从以上计算可知， $C_{PK} = 0.52$ ， $DPPM = 847\ 700$ ，因此该过程需要加强改善和控制。

## ④ 中位数—极差控制图

中位数—极差控制图（ $Me - R$ ，也作  $\tilde{X} - R$ ）同  $\bar{X} - R$  控制图一样，也是计量控制图。 $\tilde{X} - R$  控制图比  $\bar{X} - R$  控制图的控



制幅度要大一点。因为  $\tilde{X}$  分散程度要比  $\bar{X}$  的大，因此检出能力要弱一些。由于当样本大小  $n$  为奇数时，求出的中位数完全不需要计算，因此  $\tilde{X}$  控制图应用比较方便，所以在生产现场以  $\tilde{X}$  图代替  $\bar{X}$  图。

### 1. 收集数据

以子组为单元收集数据，子组容量  $n$  一般为 5。子组个数  $K$  以 20~25 个为宜。

### 2. 计算每个子组的中位数 $\tilde{X}$ 和极差

$$\tilde{X} = \text{idea} (X_{i1}, X_{i2}, X_{i3}, \cdots X_{in})$$

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

### 3. 计算 $K$ 个子组的均值

计算  $K$  个子组中位数的均值：

$$\bar{\tilde{X}} = \frac{\tilde{X}_1 + \tilde{X}_2 + \cdots + \tilde{X}_K}{K}$$

计算  $K$  个子组极差的均值：

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \cdots + R_K}{K}$$

### 4. 计算 $\tilde{X}$ 图的上下控制限

$$UCL_{\tilde{X}} = \bar{\tilde{X}} + A_4 \bar{R}$$

$$Cl_{\tilde{X}} = \bar{\tilde{X}}$$

$$LCL_{\tilde{X}} = \bar{\tilde{X}} - A_4 \bar{R}$$





## 5. 计算 R 图的上下控制限

$$UCL_R = D_4 \bar{R}$$

$$CL_R = \bar{R}$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R}$$

6.  $D_3$ 、 $D_4$ 、 $A_4$  常数表

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_4$	3.27	2.57	2.28	2.11	2.00	1.92	1.86	1.82	1.78
$D_3$	*	*	*	*	*	0.08	0.14	0.18	0.22
$A_4$	1.88	1.19	0.80	0.69	0.55	0.51	0.43	0.41	0.36

7.  $\bar{X} - R$  控制图应用实例

仍以前述  $\bar{X} - S$  控制图的例子为例, 测量数据及各子组中位值计算结果如表 4-6 所示, 试画  $\bar{X} - R$  控制图。

表 4-6 数据及计算表

组号	测量值										$\bar{X}$	R
	$X_{11}$	$X_{12}$	$X_{13}$	$X_{14}$	$X_{15}$	$X_{16}$	$X_{17}$	$X_{18}$	$X_{19}$	$X_{10}$		
1	4.95	4.99	4.98	4.95	5.01	5.02	5.03	4.96	4.97	4.98	4.98	0.08
2	4.96	4.97	4.98	4.96	5.00	5.01	5.02	5.03	5.04	4.99	5.00	0.08
3	4.97	4.98	4.99	5.00	5.01	5.02	4.98	4.97	4.96	5.04	4.99	0.08
4	4.96	4.97	5.01	5.02	4.96	4.98	4.96	4.97	5.01	5.03	4.98	0.07
5	4.95	4.96	4.97	5.01	5.00	4.96	4.97	4.98	5.00	5.01	4.98	0.06

续上表

组号	测量值										$\bar{X}$	R
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$	$X_{10}$		
6	4.96	4.97	4.98	4.95	4.96	5.01	4.96	5.02	4.98	4.97	4.97	0.07
7	4.95	5.01	5.02	4.96	4.97	5.01	5.02	4.96	4.97	4.98	4.98	0.07
8	5.01	5.02	4.98	4.99	4.97	4.98	4.99	5.01	5.00	5.02	5.00	0.05
9	4.96	4.97	4.98	5.00	5.01	4.96	4.97	4.98	4.96	4.97	4.97	0.05
10	4.95	4.96	4.97	4.98	4.96	4.97	4.98	5.01	5.02	5.03	4.98	0.08
11	4.96	4.97	5.01	5.02	4.97	4.98	5.01	5.02	5.03	4.98	5.00	0.07
12	4.96	4.95	4.97	4.98	4.99	5.00	4.96	4.97	4.98	4.99	4.98	0.05
13	5.00	5.01	5.02	4.97	4.98	4.99	5.01	5.02	5.03	5.04	5.01	0.07
14	4.97	4.98	4.99	4.97	4.97	4.98	4.99	4.98	4.97	4.98	4.98	0.02
15	4.96	4.97	4.98	4.99	5.00	4.96	4.97	4.98	4.99	5.01	4.98	0.05
16	4.95	4.96	4.97	4.98	4.99	4.96	4.95	4.98	4.99	5.00	4.98	0.05
17	4.98	4.95	4.96	4.97	5.00	5.01	5.02	4.97	4.98	4.99	4.98	0.07
18	4.96	4.97	4.98	4.99	4.96	4.97	4.98	4.99	4.97	4.98	4.98	0.03
19	4.95	4.96	4.97	4.98	4.95	4.96	4.97	4.98	4.99	5.00	4.97	0.05
20	4.96	4.97	4.98	4.99	4.96	4.97	4.98	4.96	4.97	4.98	4.97	0.03

①计算过程中位数 $\bar{X}$ 与极差 $\bar{R}$ 。

$$\bar{X} = 4.983 \quad \bar{R} = 0.059$$

②计算 $\bar{X} - R$ 图的上、下控制限。

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{X} + A_4\bar{R} = 4.983 + 0.36 \times 0.059 = 5.004 \ 24$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{X} - A_4\bar{R} = 4.983 - 0.36 \times 0.059 = 4.961 \ 76$$

$$UCL_R = D_4\bar{R} = 1.78 \times 0.059 = 0.105 \ 02$$

$$LCL_R = D_3\bar{R} = 0$$

$A_4$ ,  $D_4$  是根据子组中的 20 中位数, 按  $n = 10$  去查  $A_4$ ,  $D_4$ 。

③作出  $\bar{X} - R$  控制图 (图 4-5)。

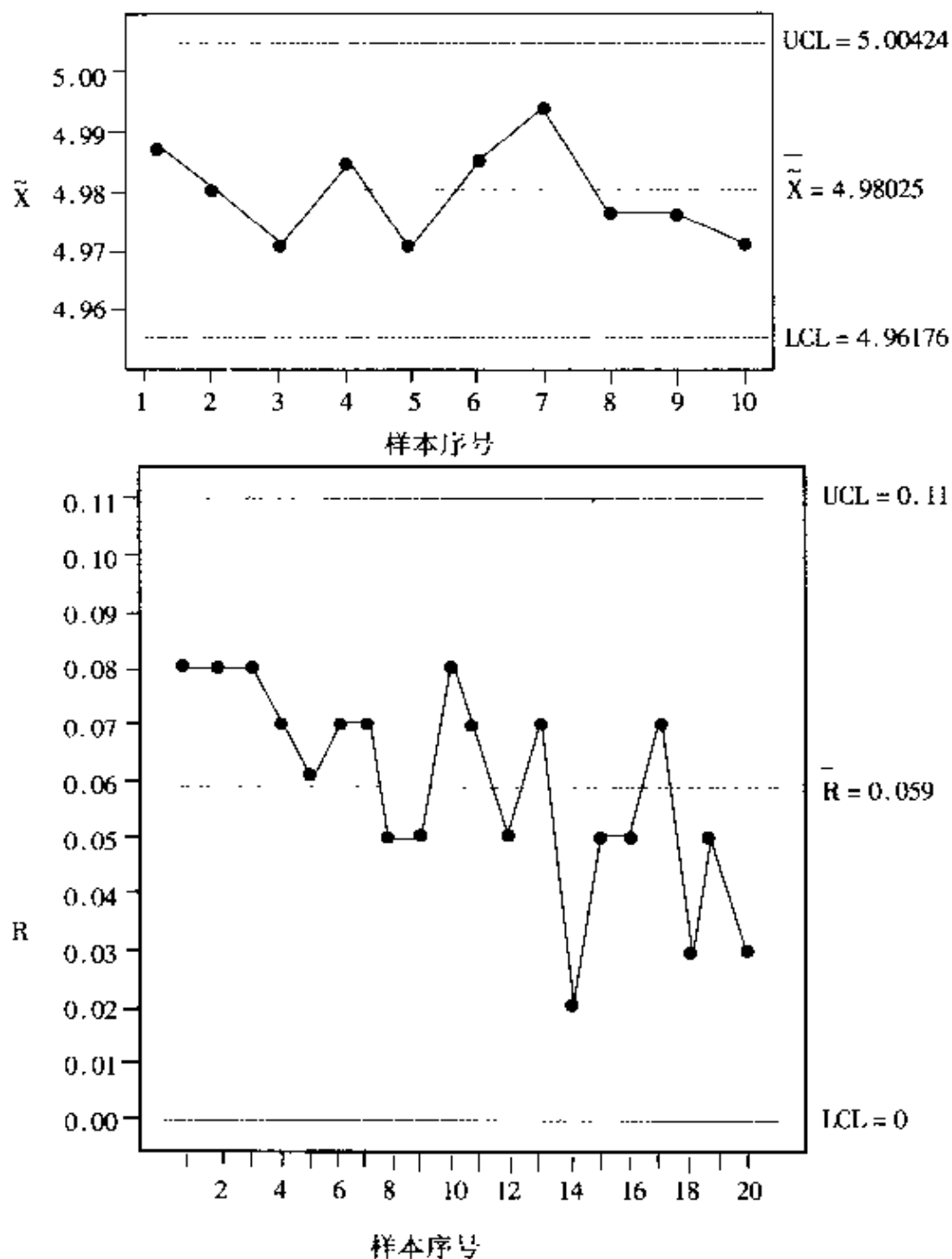


图 4-5

④计算过程的标准偏差。

$$\sigma_R = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{0.059}{3.078} = 0.02$$

⑤计算过程能力。

$$C_{PU} = \frac{USL - \bar{X}}{3\sigma_R} = \frac{5.05 - 4.983}{3 \times 0.02} = 1.17$$

$$C_{PL} = \frac{\bar{X} - LSL}{3\sigma_R} = \frac{4.983 - 4.95}{3 \times 0.02} = 0.67$$

$$C_{PK} = \min \{C_{PU}, C_{PL}\} = 0.67$$

⑥计算 DPPM。

$$P = P_U + P_L$$

$$\begin{aligned} &= \phi\left(\frac{LSL - \bar{X}}{\sigma_R}\right) + \left[1 - \phi\left(\frac{USL - \bar{X}}{\sigma_R}\right)\right] \\ &= \phi(C_{PL}) + [1 - \phi(C_{PU})] \\ &= \phi(0.67) + [1 - \phi(1.17)] = 0.869\ 572 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DPPM &= P \times 10^6 \\ &= 0.869\ 572 \times 10^6 \\ &= 869\ 572 \end{aligned}$$

⑦从计算可知  $C_{PK} = 0.67$ ,  $DPPM = 869\ 572$ , 过程能力不行, 须进行过程控制。

## ⑤ 单值—移动极差控制图

单值—移动极差 ( $\bar{X} - MR$ ) 控制图是样本容量为 1 的控制图。它适用不可重复测量数据的样本, 如化工行业或者样本数较难获得的情况。



## 1. 收集数据

子组容量  $n=1$ ，子组个数  $K$  以 20~25 个为宜。

## 2. 计算移动极差 MR

$$MR = X_{i+1} - X_i$$

## 3. 计算均值与移动极差均值

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_K}{K}$$

$$\overline{MR} = \frac{MR_1 + MR_2 + \cdots + MR_K}{K}$$

4. 计算  $\bar{X}$  图的上下控制限

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{X} + E_2 \overline{MR}$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{X} - E_2 \overline{MR}$$

## 5. 计算 MR 图的上下控制限

$$UCL_{MR} = D_4 \overline{MR}$$

$$LCL_{MR} = D_3 \overline{MR}$$

6.  $D_4$ ， $D_3$ ， $E_2$  常数表

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_4$	3.27	2.57	2.28	2.11	2.00	1.92	1.86	1.82	1.78
$D_3$	*	*	*	*	*	0.08	0.14	0.18	0.22
$E_2$	2.66	1.77	1.46	1.29	1.18	1.11	1.05	1.01	0.98



## 7. X-MR 控制图应用实例

某沉铜过程化学成分含量测定，每次只能测定一个值，数据如表 4-7 所示。试作 X-MR 控制图。

表 4-7 数据表

组号	测定值 X	移动极差 MR	组号	测定值 X	移动极差 MR
1	83	—	14	83	2
2	85	2	15	85	2
3	84	1	16	76	9
4	86	2	17	86	10
5	83	3	18	83	3
6	80	3	19	85	2
7	86	6	20	84	1
8	85	1	21	86	2
9	71	14	22	87	1
10	83	12	23	75	12
11	80	3	24	83	8
12	86	6	25	85	2
13	85	1			

①计算过程平均值  $\bar{X}$  与 MR 的平均值。

$$\begin{aligned}
 \bar{X} &= \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_{25}}{25} \\
 &= \frac{83 + 85 + \cdots + 85}{25} \\
 &= 83 \\
 \overline{MR} &= \frac{2 + 1 + \cdots + 2}{24} \\
 &= 4.5
 \end{aligned}$$

②计算  $\bar{X}$  图的上下控制限。

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{X} + E_2 \overline{MR} = 83 + 2.66 \times 4.5 = 94.97$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{X} - E_2 \overline{MR} = 83 - 2.66 \times 4.5 = 71.03$$

③计算 MR 图的上下控制限。

$$UCL_{MR} = D_4 \overline{MR} = 3.27 \times 4.5 = 14.72$$

$$LCL_{MR} = D_3 \overline{MR} = 0$$

④作  $\bar{X}$  - MR 控制图 (图 4-6)。

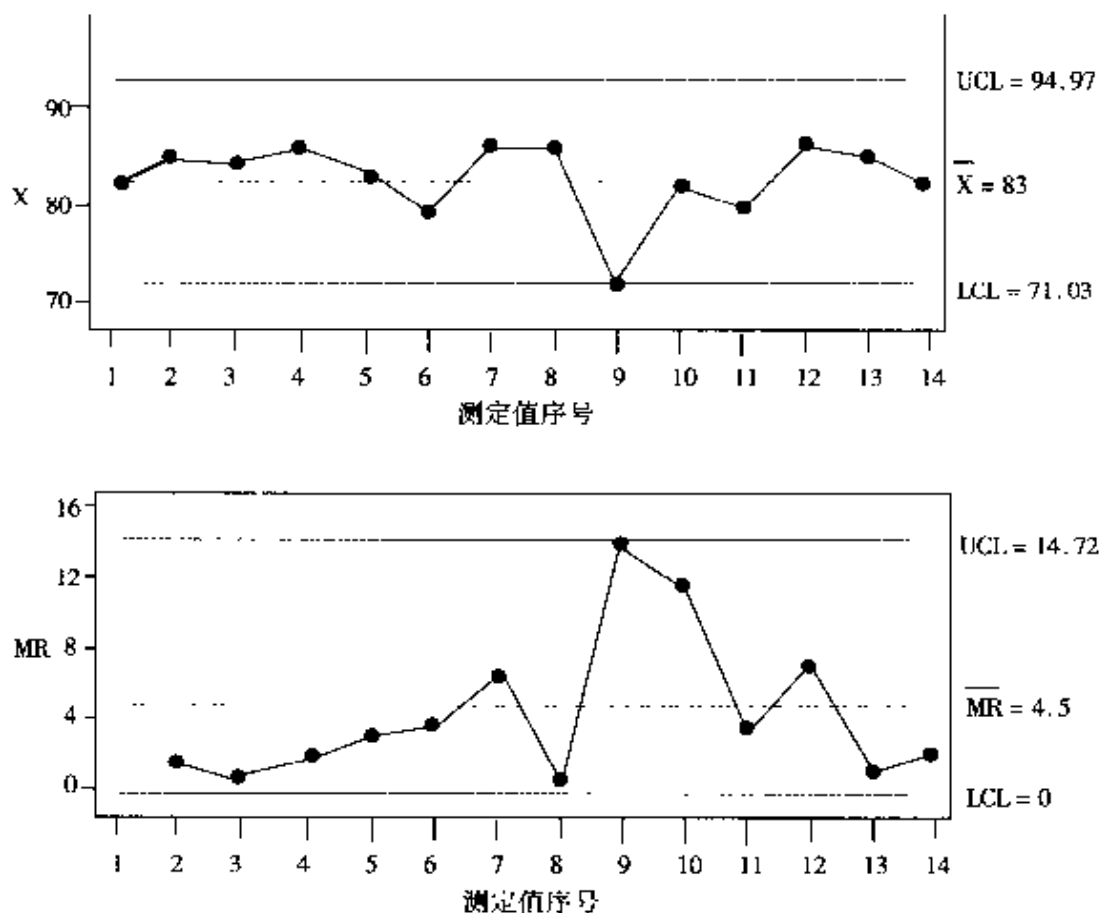


图 4-6  $\bar{X}$  - MR 控制图

⑤从上图可知, 第 9 点超出控制规格, 须找出引起变异的特殊原因。







## 第五章

# 计数型控制图

- ◆ 计件控制图的使用要求
- ◆ 不合格品率(P)控制图
- ◆ 不合格品数(nP)控制图
- ◆ 计点控制图的使用要求
- ◆ 缺陷数(C)控制图
- ◆ 单位缺陷数(U)控制图

计数控制图又可以分为两类：计件控制图与计点控制图

## ●计件控制图的使用要求

### 1. 计件数据

计件数据是以“件”为单位统计不合格品数的数据。这里最关键的是要对具体产品明确“不合格品”的含义，任何模糊之处都会引起争论。如“钢板表面没有缺陷”就是合格品，这项规定不够具体，它没有明确“什么是缺陷？”“不粗糙”是不是缺陷？不粗糙到什么程度才算缺陷？这些问题不规定清楚，检验人员无法作出正确判断。

### 2. 计件控制图用于何处

(1) 仅能以不合格品表示质量特性的产品。如电机的动与不动。

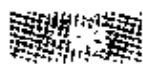
(2) 产品用“通过”与“不通过”量规。如自动挑选机分为合格品与不合格品；啤酒封装分为漏气与不漏气。

(3) 大量产品按合格品与不合格品分类。如电阻的阻值合格与不合格。

(4) 产品统计合格率。

### 3. 计件控制图的基础

计件控制图的基础是二项分布。基于二项分布而构造的不合格品率控制图（P 控制图）与不合格品数控制图（nP 控制图）的控制限如表 5-1 所示。表中  $\bar{nP}$  表示平均不合格品数， $\bar{P}$  表示平均不合格品率。当检查 K 批产品时，它们的批量分别



为  $n_1, n_2, \dots, n_K$ , 其中不合格品数分别记为  $nP_1, nP_2, \dots, nP_K$ , 则有:

$$\bar{nP} = \frac{nP_1 + nP_2 + \dots + nP_K}{K}$$

$$P = \frac{nP_1 + nP_2 + \dots + nP_K}{n_1 + n_2 + \dots + n_K}$$

还应指出:  $nP$  控制图仅在诸样本量相等时才可使用。因为只有在诸样本量相等的前提下, 不合格品数才具有可比性。 $P$  控制图无此要求。在样本量相等的条件下,  $P$  控制图与  $nP$  控制图等效。

表 5-1 计件控制图的中心线和上、下控制限

控制图的名称与符号	CL	UCL	LCL	备注
不合格品率控制图 ( $P$ 控制图)	$\bar{P}$	$\bar{P} + 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$	$\bar{P} - 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$	样本量相等与不等均可用
不合格品数控制图 ( $nP$ 控制图)	$\bar{nP}$	$\bar{nP} + 3\sqrt{\bar{nP}(1-\bar{P})}$	$\bar{nP} - 3\sqrt{\bar{nP}(1-\bar{P})}$	限于样本量相等场合使用

#### 4. 计件控制图的样本大小

使用计件控制图要用大样本, 不合格品率  $P$  愈小, 样本量  $n$  愈大。一般要求:

$$\frac{1}{P} < n < \frac{5}{P}$$

若要求严格, 要使 P 控制图的下控制限大于零, 即

$$LCL_P = \bar{P} - 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}} > 0$$

这将导致:

$$n > 9 \left[ \frac{1}{\bar{P}} - 1 \right]$$

若  $P = 0.05$ , 则要求  $n > 171$ ; 若  $P = 0.01$ , 则要求  $n > 891$ ; 若  $P = 0.003$ , 则要求  $n > 2991$ 。

通常计件数据的获得较为快捷而廉价, 并且不需要专门的收集技术。但特大的样本量也是不堪负担的, 另外, 如长时间内不出现不合格品时, 使用 P 控制图或 nP 控制图就无多大意义。所以在不合格品率较小 (如  $P < 0.001$ ) 时常不用计件控制图, 而设法寻找计量的质量特性, 改用小样本进行控制。

## 5. 过程能力分析

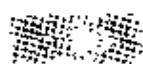
过程能力指数已不适用于计件控制图。计件控制图的过程能力一般用平均不合格品率 P 表达。不过要求 P 是用尽量多的产品通过检查而算得的。

## ● 不合格品率 (P) 控制图

P 控制图的建立与分析可参照前述 X 控制图的建立与分析进行, 差别仅在诸样本量不等时发生。下面来说明这一点。

### 1. 计算每个样本的不合格品率

设在建立初期有 K 个样本, 它们的样本量分别为  $n_1, n_2, \dots, n_K$ , 其中不合格品数分别为  $nP_1, nP_2, \dots, nP_K$ , 则第 i



个样本的不合格品率为：

$$P_i = \frac{nP_i}{n_i}, i = 1, 2, \dots, K$$

这  $K$  个数将点在  $P$  控制图上。

## 2. 计算过程平均不合格品率

$$\bar{p} = \frac{nP_1 + nP_2 + \dots + nP_K}{n_1 + n_2 + \dots + n_K}$$

这将是  $P$  控制图的中心线。注意：在诸样本量不等时，这里的  $\bar{p} \neq \frac{(P_1 + P_2 + \dots + P_K)}{K}$ 。

## 3. 对每一个样本计算上、下控制限

$$UCL_p = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

$$LCL_p = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

在诸样本量不等的情况下，这些控制限也不完全相等。当  $n_i$  愈大时，上、下控制限就愈窄；当  $n_i$  愈小时，上、下控制限就愈宽。在  $P$  控制图上呈现的上、下控制限时高时低，有如城墙一般。

当样本量变化不大时，可以采用基于平均样本量  $\bar{n}$  的单一上、下控制限。为了实用，当样本量变化在平均样本量  $\bar{n}$  的  $\pm 25\%$  以内时，可采用这个方法。这时上、下控制限

$\bar{p} \pm \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$  中的  $n$  作如下规定：



$$n_i = \begin{cases} \bar{n}, & 0.75\bar{n} \leq n_i \leq 1.25\bar{n} \\ n_i, & n_i < 0.75\bar{n} \text{ 或 } n_i > 1.25\bar{n} \end{cases}$$

其中  $\bar{n} = \frac{(n_1 + n_2 + \cdots + n_K)}{K}$ 。这个方法实际使用效果好。

当样本量变化较大时,可采用标准方法。即不点绘  $P_i$  值,而改为点绘标准化值  $z_i$ , 其中:

$$Z_i = \frac{P_i - \bar{P}}{\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n_i}}}$$

这时中心线  $CL = 0$ ,  $UCL = 3$ ,  $LCL = -3$ , 它们都是常数,与样本量无关。

#### 4. P 控制图应用实例

一个生产扬声器的公司决定建立不合格品率  $P$  控制图。每天生产结束后,在当天产品中随机抽取一个样本,并检查其不合格品数,这样连续抽取 26 个工作日,获得的数据如表 5-2 所示。试作  $P$  控制图。

表 5-2 扬声器的  $P$  控制图数据

子组号 $i$	检查数 $n_i$	不合格品数 $nP_i$	不合格品率 $P_i$
1	160	11	0.069
2	152	11	0.072
3	163	8	0.049
4	125	6	0.048
5	156	4	0.026
6	200	7	0.035

续上表

子组号 UCL i	检查数 LCL $n_i$	不合格品数 $nP_i$	不合格品率 $P_i$
7	156	10	0.064
8	189	11	0.058
9	189	9	0.048
10	147	3	0.020
11	163	8	0.049
12	149	6	0.040
13	156	5	0.032
14	123	3	0.024
15	145	5	0.034
16	178	12	0.067
17	198	23	0.116
18	168	8	0.048
19	175	9	0.051
20	156	4	0.026
21	148	5	0.034
22	189	13	0.005
23	147	8	0.054
24	156	7	0.045
25	136	6	0.044
26	186	16	0.005

①对 26 个样本计算后的平均不合格品率:

$$\bar{P} = 0.0518$$

②计算上、下控制限:

$$\begin{aligned}
 UCL_p &= \bar{P} + 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}} \\
 &= 0.0518 + 3\sqrt{\frac{0.0518 \times (1-0.0518)}{162}} = 0.1005 \\
 LCL_p &= \bar{P} - 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}} \\
 &= 0.0518 - 3\sqrt{\frac{0.0518 \times (1-0.0518)}{162}} \\
 &= -0.004 \text{ (视作 } = 0)
 \end{aligned}$$

③作 P 控制图 (图 5-1)。

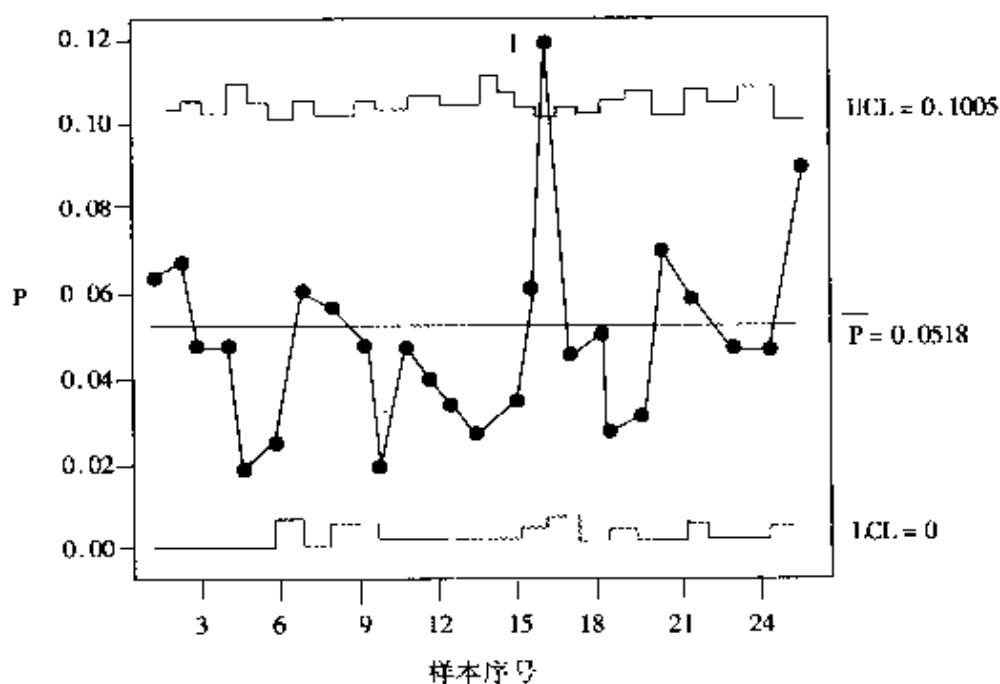


图 5-1 P 控制图

从上图可知：有一点超出控制规格，需要找出问题的特殊原因。

④ 过程能力分析 (图 5-2)：





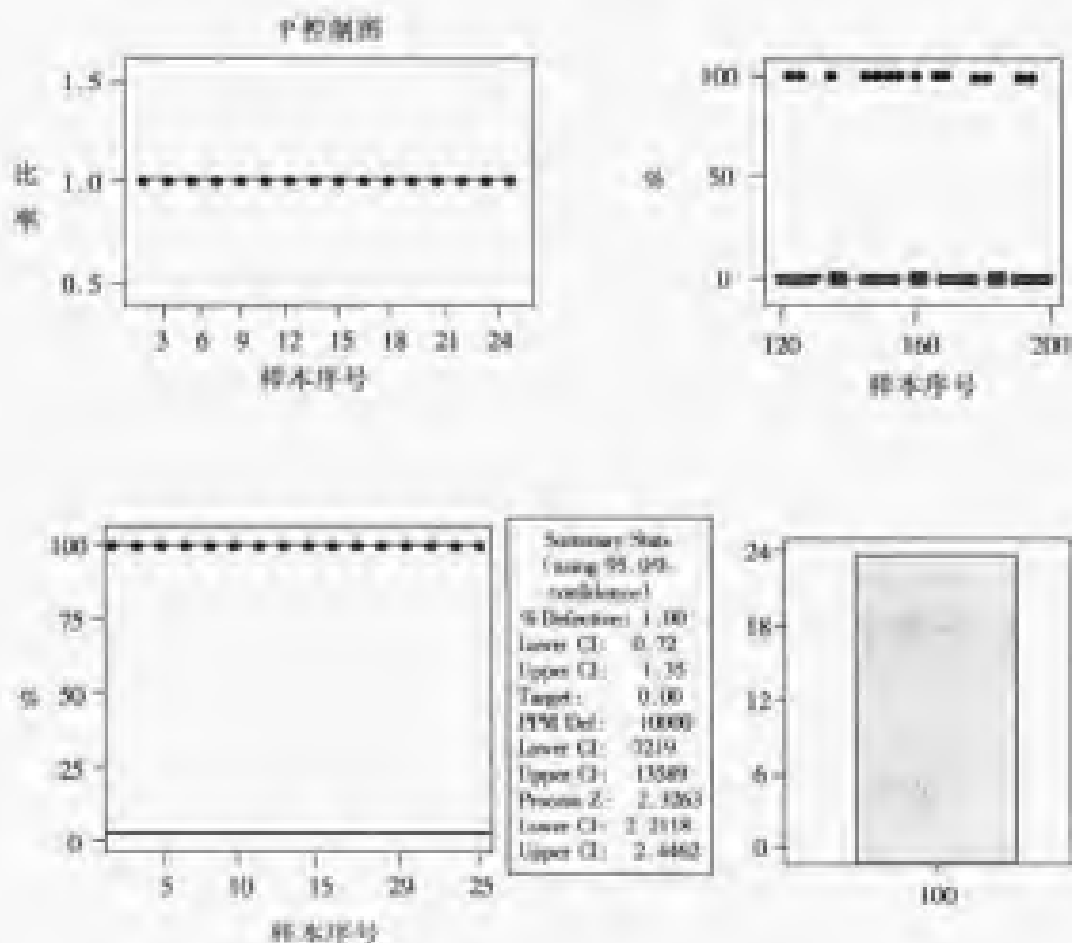


图 5-2

以上结果是按 MINITAB 软件分析的结果。

从分析可知： $\bar{P} = 0.051\ 8$   $Z = 2.326\ 3$ ， $P_{PK} = 0.78$ ， $DPPM = 10\ 000$ ，因此过程需要进行改善。

## ●不合格品数 (nP) 控制图

不合格品数 (nP) 控制图主要适合抽取样品相等的场合，以方便对批质量水平的控制。

### 1. 收集数据

子组容量  $n \geq 50$  为宜, 子组个数  $K$  以 20 ~ 25 个为宜。

### 2. 计算平均不合格品率

$$\begin{aligned}\bar{P} &= \frac{\sum_{i=1}^K n_i P}{\sum_{i=1}^K n_i} \\ &= \frac{nP_1 + nP_2 + \cdots + nP_K}{nK}\end{aligned}$$

### 3. 计算平均不合格品数

$$nP = n \frac{\sum_{i=1}^K n_i P}{\sum_{i=1}^K n_i} = n \frac{nP_1 + nP_2 + \cdots + nP_K}{nK}$$

### 4. 计算 $nP$ 控制图的上下控制限

$$UCL_{nP} = n\bar{P} + 3 \sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$$

$$LCL_{nP} = n\bar{P} - 3 \sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$$

### 5. $nP$ 控制图应用实例

某电子元件厂生产某电子元件, 每批为 100 件 ( $n = 100$ ), 按规定的时间批次进行检验, 检验结果如表 5-3 所示, 试作  $nP$  控制图。

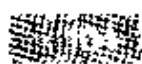


表 5-3 数据表

批 次	每批检查数	不合格品数	批次	每批检查数	不合格品数
1	100	5	14	100	1
2	100	3	15	100	2
3	100	4	16	100	5
4	100	6	17	100	3
5	100	3	18	100	4
6	100	2	19	100	6
7	100	5	20	100	7
8	100	6	21	100	5
9	100	7	22	100	3
10	100	3	23	100	4
11	100	4	24	100	2
12	100	6	25	100	3
13	100	8	合计	2 500	107

①计算平均不合格品率:

$$\bar{p} = \frac{nP_1 + nP_2 + \cdots + nP_K}{nK} = \frac{5 + 3 + \cdots + 3}{100 \times 25} = \frac{107}{2\,500}$$

$$= 0.042\,8$$

②计算平均不合格品数:

$$n\bar{p} = 100 \times 0.042\,8$$

$$= 4.28$$

③计算  $nP$  控制图上下控制限:

$$UCL_{nP} = n\bar{p} + 3 \sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

$$= 4.28 + 3 \sqrt{4.28(1-0.042\,8)} = 10.35$$



$$LCL_{n\bar{P}} = n\bar{P} - 3 \sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$$

$$= 4.28 - 3 \sqrt{4.28(1-0.0428)} = -1.79$$

可视作  $LCL_{n\bar{P}} = 0$ 。

④作出  $n\bar{P}$  控制图 (图 5-3):

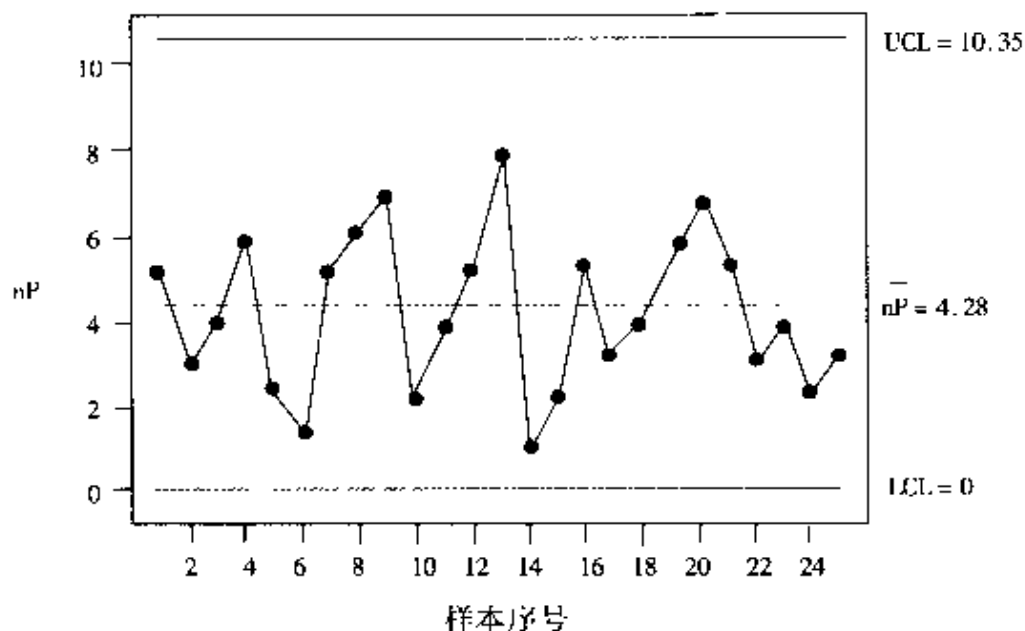
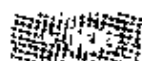
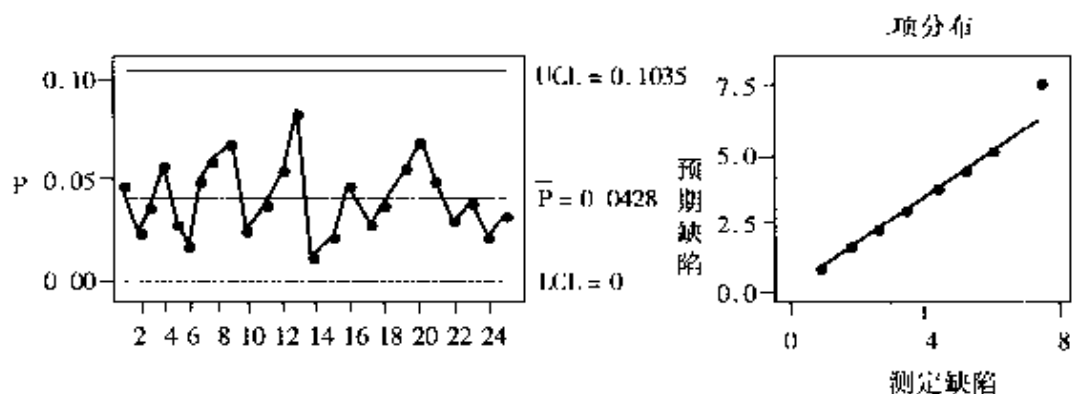


图 5-3  $n\bar{P}$  控制图

⑤过程能力分析:

用 MINITAB 软件进行分析作图 (图 5-4)。



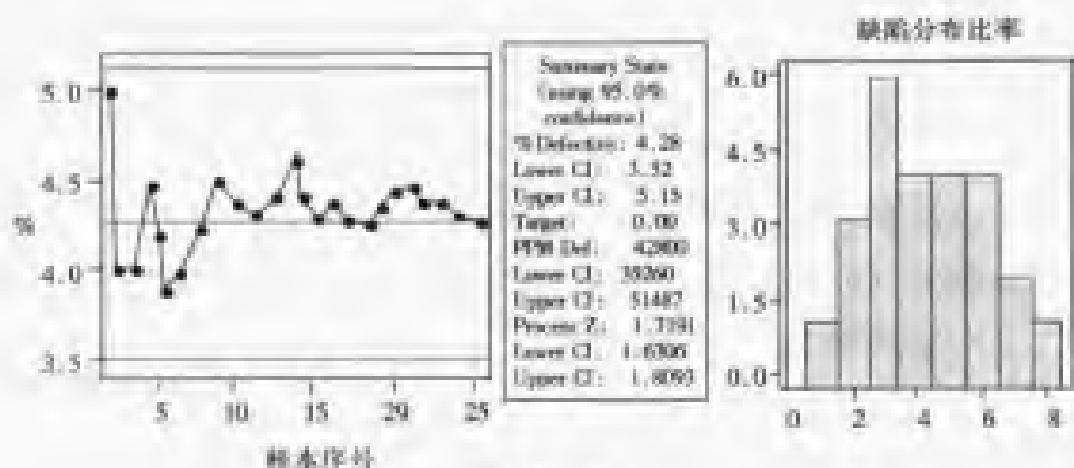


图 5-4

从上图可以看出过程处于受控状态，平均不合格率  $P = 0.0428$ ，平均不合格数  $n\bar{P} = 4.28$ ，因此生产过程基本正常。

## ② 计点控制图的使用要求

### 1. 计点数据

计点数据是指单位产品上的缺陷数（或称不合格数），如：

- ①一平方米布匹上的疵点数；
- ②一块 PCB 板上的不良焊点数；
- ③一平方米平板玻璃上的气泡数；
- ④一平方米电镀产品的针孔数。

这里单位产品可以是自然形成（如一块 PCB 板、一匹布），也可人为划分，如一平方米玻璃、一米长金属线。其中不良焊点、疵点、气泡和针孔统称为缺陷，或称不合格。

通常，一单位产品上无缺陷称为合格品，一单位产品上有缺陷，无论一个、两个还是更多个缺陷都称为不合格品。计点数据的引入使人们对不合格品的认识更深入了。对缺陷数的控

制形成计点控制图。

## 2. 计点控制图的基础

计点控制图的基础是泊松分布。基于泊松分布而构造的缺陷数控制图（C 控制图）与单位缺陷数控制图（U 控制图）的上、下控制限如表 5-4 所示。

表 5-4 计点控制图的中心线与上、下控制限

控制图的名称与符号	CL	UCL	LCL	备注
缺陷数控制图 (C 控制图)	$\bar{C}$	$\bar{C} + 3\sqrt{\bar{C}}$	$\bar{C} - 3\sqrt{\bar{C}}$	限于样本量相等场合使用
单位缺陷数控制图 (U 控制图)	$\bar{U}$	$\bar{U} + 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$	$\bar{U} - 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}}$	样本量相等与不等均可使用

表中  $\bar{C}$  与  $\bar{U}$  的计算公式如下：设有  $K$  个样本，其样本量为  $n_1, n_2, \dots, n_K$ ，而其上的缺陷数之和分别为  $C_1, C_2, \dots, C_K$ ，则：

$$\bar{C} = \frac{C_1 + C_2 + \dots + C_K}{K}$$

$$\bar{U} = \frac{C_1 + C_2 + \dots + C_K}{n_1 + n_2 + \dots + n_K}$$

## 3. 计点控制图的样本量

计点控制图的样本量没有统一规定，但要使样本上总有缺陷数出现。对容易发生缺陷的产品，其样本量可小一些；对缺



陷出现较为稀少的产品，其样本量要大一些。

#### 4. 过程能力分析

过程能力指数不适用于计点控制图。它的过程能力可用平均缺陷率  $U$  (defect per unit, DPU) 或每百万个机会中的缺陷数 DPMO (defect per million opportunity) 表示。

### ⑤ 缺陷数 (C) 控制图

缺陷数 (C) 控制图是对相同样本容量检查所发现的缺陷数进行控制的控制图。一个样本可能有多个缺陷，缺陷数控制图的样本容量是相等的。要区分缺陷数与不合格品的关系，一个不合格品可能有一个或多个缺陷数，这是在使用缺陷数控制图时要特别注意的地方。

#### 1. 收集数据

子组容量  $n$  一般根据抽样的方便性和经济性来确定，它既可用连续数据，也可使用离散数据。子组个数  $K$  以 20 ~ 25 个为宜。

#### 2. 计算平均缺陷数

$$\bar{C} = \frac{C_1 + C_2 + \cdots + C_K}{K}$$

#### 3. 计算 C 控制图的上下控制限

$$UCL_C = \bar{C} + 3\sqrt{\bar{C}}$$

$$LCL_C = \bar{C} - 3\sqrt{\bar{C}}$$



#### 4. C 控制图应用实例

某电线生产过程中，每隔一定时间对 100m 导线进行检查，检查的结果如表 5-5 所示，试作 C 控制图。

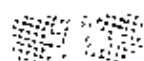
表 5-5 检查数据

组号	检查长度(m)	缺陷数	组号	检查长度(m)	缺陷数
1	100	5	14	100	3
2	100	6	15	100	4
3	100	7	16	100	7
4	100	3	17	100	5
5	100	2	18	100	1
6	100	1	19	100	0
7	100	0	20	100	2
8	100	2	21	100	7
9	100	3	22	100	3
10	100	4	23	100	4
11	100	5	24	100	5
12	100	3	25	100	6
13	100	4	合计	2 500	92

①计算平均缺陷数：

$$\begin{aligned}
 \bar{C} &= \frac{C_1 + C_2 + \cdots + C_K}{K} \\
 &= \frac{5 + 6 + \cdots + 6}{25} \\
 &= 3.68
 \end{aligned}$$

②计算 C 控制图的上下控制限：





$$UCI_c = \bar{C} + 3\sqrt{\bar{C}} = 9.43$$

$$LCL_c = \bar{C} - 3\sqrt{\bar{C}} = -2.07 \text{ (视作 } = 0\text{)}$$

③作 C 控制图：

用 MINITAB 作 C 控制图（图 5-5）。

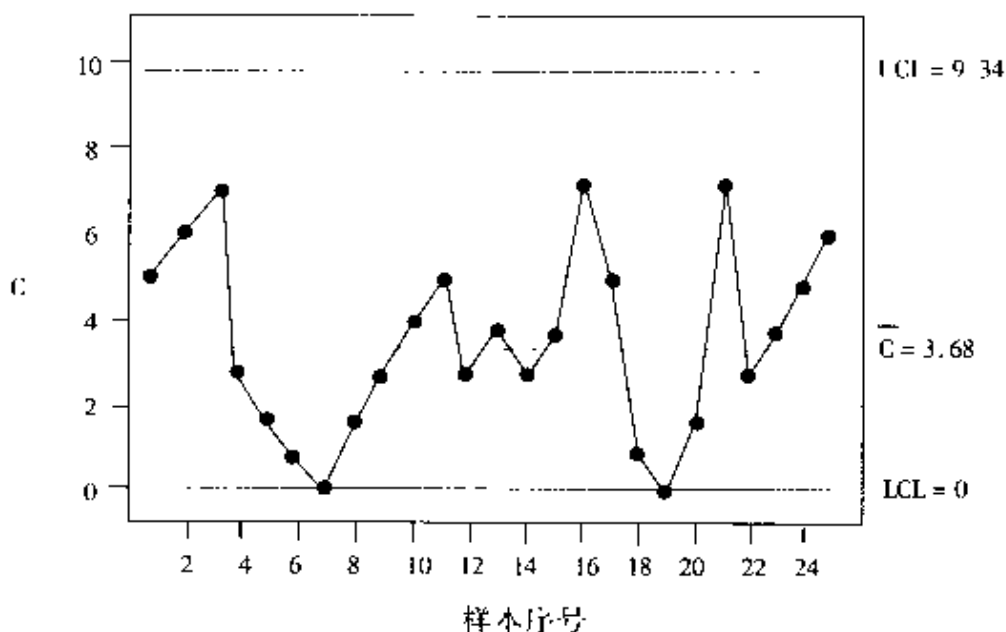
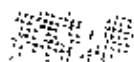


图 5-5 C 控制图

④过程能力分析：

对于缺陷数的过程能力分析，一般按非正态分布进行，因为缺陷数一般服从泊松分布，因此作的过程能力分析如图5-6所示。

从图 5-6 分析可知最大 DPU = 0.07，平均 U = 0.036 8，因此仍须进行过程能力改善。



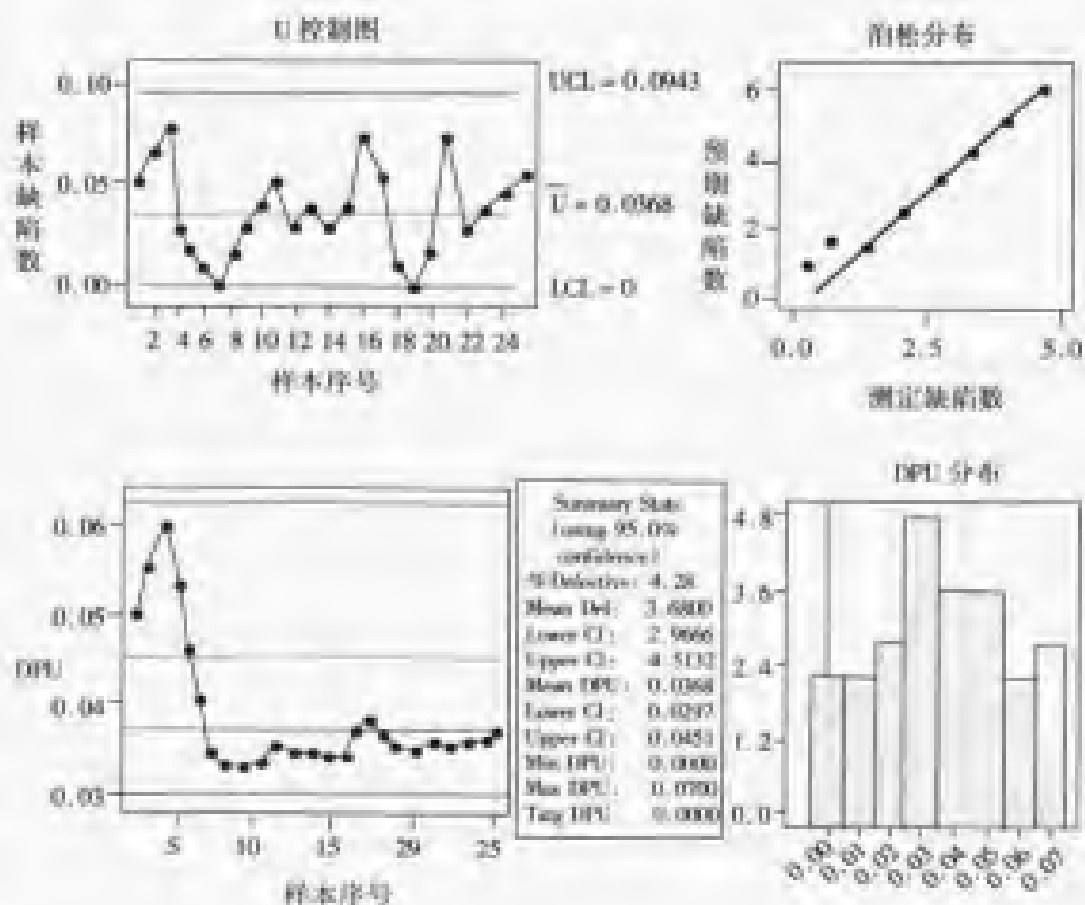


图 5-6

以上是用 MINITAB 软件分析的结果。

## ⑥ 单位缺陷数 (U) 控制图

单位缺陷数 (U) 控制图是单位样本的缺陷数控制图。适用于样本容量相等或不相等的情况。

### 1. 计算每一个样本的单位缺陷数

设有  $K$  个样本。它们的样本量分别  $n_1, n_2, \dots, n_K$ , 其中缺

陷数分别记为  $C_1, C_2, \dots, C_K$ , 则第  $i$  个样本的单位缺陷数为:

$$U_i = \frac{C_i}{n_i}, \quad i = 1, 2, \dots, K$$

这  $K$  个数将要点在  $U$  控制图上。其含义见下面例子。

例: 有 3 个样本如图 5-7 所示, 其中方框表示一个单位产品, “×” 表示其上的缺陷。

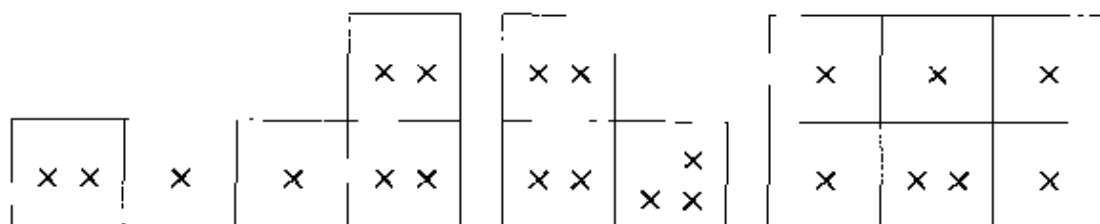


图 5-7

它们的单位缺陷数可分别计算如下:

单位产品数:  $n_1 = 5$                        $n_2 = 3$                        $n_3 = 6$

缺陷数:  $C_1 = 8$                        $C_2 = 7$                        $C_3 = 7$

单位缺陷数:  $U_1 = \frac{8}{5}$                        $U_2 = \frac{7}{3}$                        $U_3 = \frac{7}{6}$

容易看出,  $C_1, C_2, C_3$  是不可比较的, 因为样本中的单位产品数不同, 但各自除以单位产品数后, 获得的  $U_1, U_2, U_3$  就可以相互比较了。用单位缺陷数判断一个过程是否保持在一定质量水平上的控制图就是单位缺陷数控制图 ( $U$  控制图)。

## 2. 计算过程平均 (单位) 缺陷数

$$\bar{U} = \frac{C_1 + C_2 + \dots + C_K}{n_1 + n_2 + \dots + n_K}$$

这将是  $U$  控制图的中心线。在诸样本量不等时, 这里的



$$\bar{U} = \frac{(U_1 + U_2 + \cdots + U_K)}{K}。$$

3. 对每一个样本计算上、下控制限

$$UCL_i = \bar{U} + 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n_i}}$$

$$LCL_i = \bar{U} - 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n_i}}$$

$$i = 1, 2, \cdots, K$$

在诸样本量不等的情况下，U 控制图控制限犹如 P 控制图一样，时高时低，有如城墙一般。

当样本量变化不大时，可用平均样本量  $\bar{n}$  代替样本量，具体是：

$$n_i = \begin{cases} \bar{n}, & \text{当 } 0.75\bar{n} \leq n_i \leq 1.25\bar{n} \\ n_i, & \text{当 } n_i < 0.75\bar{n} \text{ 或 } n_i > 1.25\bar{n} \end{cases}$$

其中  $\bar{n} = \frac{(n_1 + n_2 + \cdots + n_K)}{K}$ 。这个方法实际使用效果较好。

当样本量变化较大时，可采用标准化控制图。

#### 4. U 控制图应用实例

某电子厂 PCBA 要进行 UV Coating 过程，现对 20PCS 进行检查，把发现的气泡数  $C_i$  记于表 5-6 上。由于 PCBA 面积不同，把最小的 PCBA 作为一个单位产品。其他 PCBA 面积可折算为不同个数的单位产品  $n_i$ ，结果也记于表 5-6 上。试作 U 控制图。

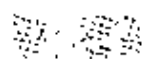


表 5-6 PCBA UV Coating 过程缺陷数表

样本号	样本量 $n_i$	缺陷数 $C_i$	单位缺陷数 $U_i$
1	1.2	3	2.5
2	1.0	5	5
3	1.3	6	4.6
4	2.0	4	2
5	2.3	1	0.4
6	2.4	2	0.8
7	1.3	3	0.2
8	2.5	7	2.8
9	2.6	8	3.0
10	3.2	9	2.8
11	4.5	1	0.2
12	1.5	5	3.3
13	1.6	3	1.9
14	1.8	6	3.3
15	1.7	4	0.6
16	1.8	3	1.7
17	2.0	5	2.5
18	2.5	8	3.2
19	2.3	7	3.0
20	1.5	9	6

①计算平均缺陷数:

$$\bar{U} = \frac{\sum C_i}{\sum n_i} = 2.49$$



②计算上、下控制限:

$$UCL_U = \bar{U} + 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}} = 2.49 + 3 \times \sqrt{\frac{2.49}{2.05}} = 6.221$$

$$LCL_U = \bar{U} - 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n}} = 2.49 - 3 \times \sqrt{\frac{2.49}{2.05}} = -0.841 \text{ (可视$$

为 0)

③作 U 控制图:

从图 5-8 可见, UV Coating 过程处于统计控制状态。

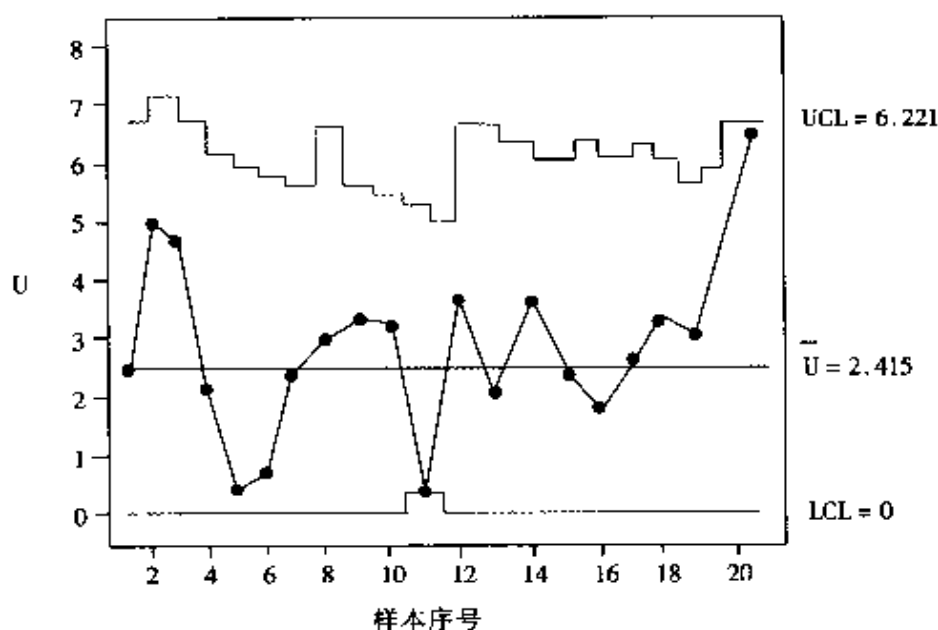


图 5-8 U 控制图

用 MINITAB 软件分析如图 5-9 所示。

④ 过程能力分析:

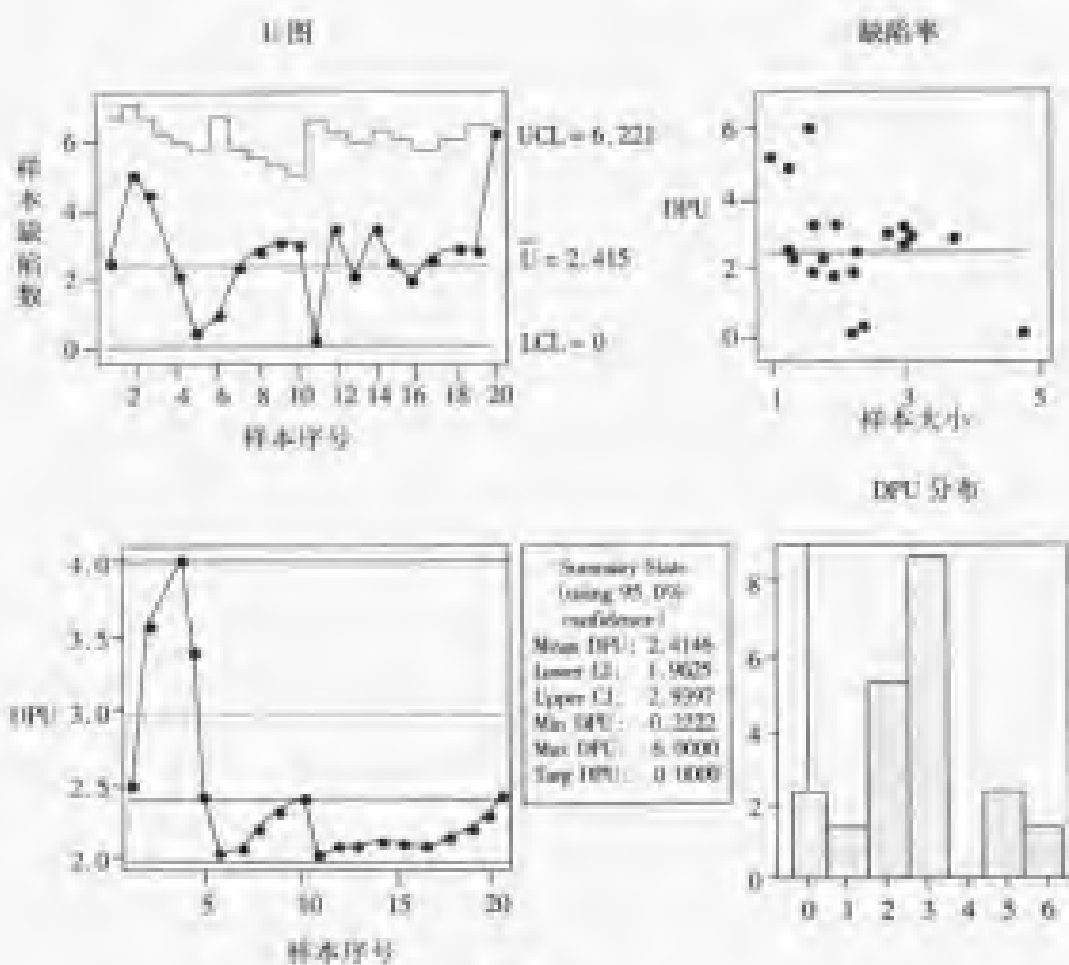


图 5-9

该过程的平均缺陷  $\bar{U} = 2.415$  不能满足要求, 仍需不断提高过程能力。





## 第六章

# 累积和 (CUSUM) 控制图

- ◆ 累积和控制图的使用条件
- ◆ 累积和的定义
- ◆ 计数累积和控制图的判定规则
- ◆ 计数累积和控制图的步骤
- ◆ 监控质量均值的累积和控制图
- ◆ 用 MINITAB 作累积和控制图

## ● 累积和控制图的使用条件

在常规控制图中实际上存在两种错判可能：一是当过程处于统计控制状态时，由于抽样的随机性使样本统计量的值落在控制界限之外，从而报警过程失控；二是当过程失控时，由于抽样的随机性，使样本统计量的值落在控制界限以内，从而认为过程处于统计控制状态。常规控制图用 3 倍标准差来制定上、下控制界限，从而控制了犯前一类错误的概率，但对犯后一类错误的概率的控制较弱。为了克服这个缺陷，人们提出了累积和控制图。

累积和控制图用“平均链长”去控制两类错误，对过程的判断是以历次观察结果为依据，这样可以充分利用数据所提供的信息，对发现过程平均值突然的微小变化特别有效。

累积和控制图的使用条件是：生产是连续的，按时间次序获得的样本代表了随时间推移的过程质量水平，并且生产过程的质量水平是处在一个稳定的状态；一旦由于一些异常因素使质量突然发生了变化，那么过程在未调整前就将维持在这一状态，直到采取措施。累计和控制图就是用来及时发现这一变化。

## ● 累积和的定义

设被检测的质量指标为样本中的不合格品数或缺陷数时，“累积和”是指：逐次抽取的容量为  $n$  的样本中检出的不合格品数或缺陷数对其目标值（或参考值）的偏差之和。

例：对某零件加工过程，每小时抽取  $n = 50$  个零件进行检查，连续检查了 10 批，第  $i$  批中的不合格品数  $X_i$  如表 6-1 所示。如果目标为  $T = 2$ ，则第  $m$  批的累积和定义为：



$$C_{mT} = \sum_{i=1}^m (X_i - T) \quad (m = 1, 2, \dots, 10)$$

其计算列在下表中。

表 6-1 各批不合格品数及其累积和

序号 $m$	不合格品数 $X_m$	$X_m - T$	$C_{mT}$
1	2	0	0
2	3	1	1
3	1	-1	0
4	2	0	0
5	4	2	2
6	3	1	3
7	5	3	6
8	4	2	8
9	1	-1	7
10	2	0	7

以横坐标为样本序号  $m$ ，纵坐标为累积和  $C_{mT}$ ，利用点  $(m, C_{mT})$  的信息来判断生产过程是否异常，当发现异常就发出警报。由上表的数据作的累积和图见图 6-1。

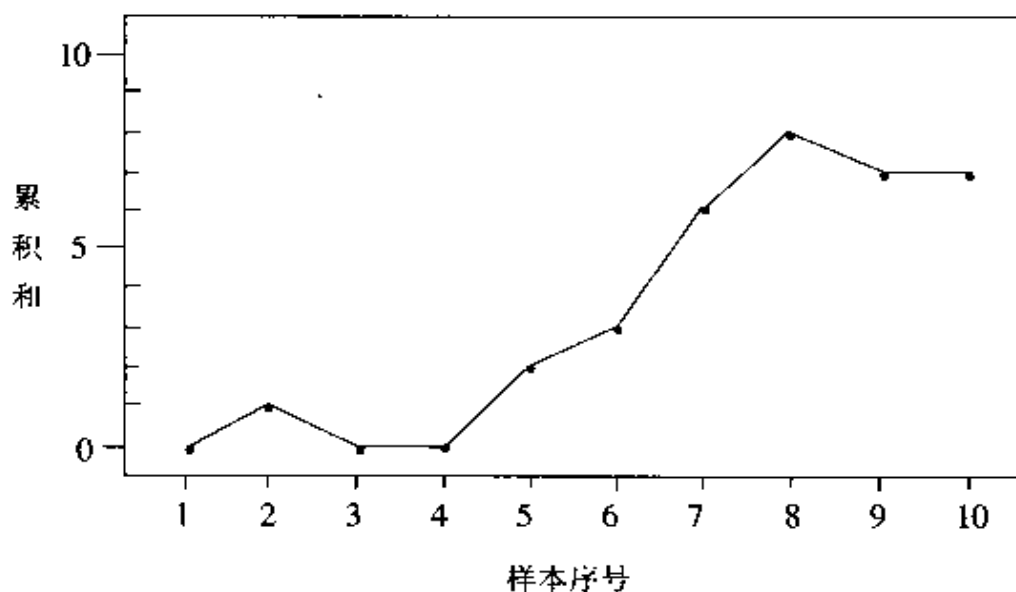


图 6-1 对目标值  $T$  的累积和图

## ③ 计数累积和控制图的判定规则

### 1. 判定规则

当指标为不合格品数或缺陷数时，如果累积和图中的样本特性值  $C_{mT}$  的轨迹有向上的趋势，表示质量不变坏的倾向，若呈水平趋势或平缓向上趋势，则表示质量有变好的倾向。因此，当样本特性值有向上的趋势时，要及时报告质量是否已经发生了异常。为此，在国际 GB/T4887-1985《计数型累积和图》中规定了一个警戒值，称它为“参考值”，用字母  $K$  表示，通常要求  $K > T$ ，再定义一个参数  $h$ ，称为“决策区间”。如果图中任意一点与最后一点的垂直距离大于等于  $h$  时，则判断过程已经发生异常。

用  $C_m$  表示对参考值  $K$  的累积和，即：

$$C_m = \sum_{j=1}^m (X_j - K)$$

那么决策规则可以表示如下：

对任一点  $(i, C_i)$ ， $i = 1, 2, \dots, m-1$ ，有  $C_m - C_i \geq h$ ，即当

$$\sum_{j=i+1}^m (X_j - K) \geq h$$

则判断过程发生异常。

因此，一组参数  $(h, K)$  决定了一个过程的检验方案。

### 2. 平均链长

平均链长是指对给定的质量水平（譬如：不合格品率  $P$ ，平均缺陷数  $\lambda$ ，过程的均值  $\mu$  等）累积和控制图从开始到发出



警报为止所抽取的平均样本数。平均链长与参数  $(h, K)$  有关。

若一个过程的质量特性用过程的不合格品率来表示, 那么这使是计件的特性。下面就用计件特性来说明对两种平均链长的要求。

若要求一个好的过程的不合格品率大于  $P_0$  (即为合格质量水平 AQL), 那么当过程的不合格品率为  $P_0$  时表示过程处于受控状态。此时如果报警则属于误报, 用  $L_0$  表示受控过程的平均链长, 即在受控状态下, 平均经过  $L_0$  次抽样才误发一次警报, 在制作累积和控制图时, 总希望  $L_0$  大。

若要求过程的不合格品率不得大于  $P_1$  (即为拒收质量水平 RQL), 那么当过程的不合格品率为  $P_1$  ( $P_1 > P_0$ ) 表示过程已处于失控状态, 应该发生警报。用  $L_1$  表示失控过程的平均链长, 即平均抽取  $L_1$  个样本就发一次警报, 而不发警报相当于犯第二类错误。为及时发现失控, 在制作累积和控制图时总希望  $L_1$  小。

### 3. $h$ 与 $K$ 的决定

在 GB/T4887-1985 中, 给出了两种常用的  $L_0$  与  $L_1$  的值, 一是  $L_0 \approx 1000$ ,  $L_1 \approx 10$ , 二是  $L_0 \approx 200$ ,  $L_1 \approx 5$ 。我们可由  $L_0$  与  $L_1$  制定  $(h, K)$ , 在国际中分别称它们为  $C_1$  方案与  $C_2$  方案。

$C_1$  方案与  $C_2$  方案的累积和参数见表 6-2。



表 6-2 累积和控制图的参数

	C <sub>1</sub> 方案			C <sub>2</sub> 方案		
	参数值		特性值	参数值		特性值
目标值 T <sub>0</sub>	h	K	$\lambda_{10}/\lambda_{1000}$	h	K	$\lambda_5/\lambda_{200}$
0.1	1.5	0.75	6.5	2	0.25	7.3
0.125	2.5	0.5	4.9	2.5	0.25	6.3
0.16	3.0	0.5	4.3	2	0.5	5.4
0.2	3.5	0.5	3.8	2.5	0.5	4.8
0.25	4.0	0.5	3.6	3	0.5	4.1
0.32	3.0	1.0	3.5	4	0.5	4.1
0.4	2.5	1.5	3.6	3	1	3.4
0.5	3	1.5	3.0	2	1.5	3.3
0.64	3.5 或 4	1.5	2.7 或 2.6	2	2.0	3.2
0.8	5	1.5	2.3	3.5	1.5	2.7
1.0	5	2	2.2	5	1.5	2.5
1.25	4	3	2.2	5	2	2.3
1.6	5	3	2.0	4	3	2.15
2.0	7 或 8	3	1.8 或 1.79	5	3	2.10
2.5	7	4	1.73	5	4	1.92
3.2	7	5	1.68	5	5	1.83
4.0	8	6	1.59	6	6	1.70
5.0	9	7	1.51	7	7	1.63
6.4	9	9	1.48	9	8	1.54
8.0	9	11	1.42	9	10	1.49
10.0	11	13	1.37	11	12	1.45
15	16	18	1.28	11	18	1.35
20	20	23	1.24	14	23	1.30
25	24	28	1.21	17	28	1.27

上表中  $T_0 = nP_0 = \lambda_0$ 。 $\lambda_{10}$ （或  $\lambda_5$ ）表示对应失控过程的平均缺陷数， $\lambda_{1000}$ （或  $\lambda_{200}$ ）表示对应受控过程的平均缺陷数。

## ④ 计数累积和控制图的步骤

计数累积和控制图的步骤如下：

(1) 给出  $L_0$  或  $L_1$ ，以确定用  $C_1$  或  $C_2$  方案。通常取  $L_1 \approx 10$  或  $L_1 \approx 5$ ，前者用  $C_1$  方案，后者用  $C_2$  方案

(2) 根据产品的规范给出两个不合格品率，即认为过程受控的不合格品率  $P_0$  和认为过程已经失控的不合格品率  $P_1$  ( $P_1 > P_0$ )。在给出这两个参数时要注意  $P_1/P_0$  的值不能太大。

(3) 当用  $C_1$  方案时，根据  $P_1/P_0$  的值，从  $\lambda_{10}/\lambda_{1000}$  中找出最接近的比值，从该行对应的  $T_0$  值可确定样本容量  $n$ ，即  $n = T_0/P_0$ 。而该行对应的  $h$  与  $K$  即为所求的参数。

由于当  $n$  较大时，二项分布可用泊松分布近似，而  $\lambda \approx nP$ ， $P_1/P_0 = nP_1/nP_0 = \lambda_{10}/\lambda_{1000}$  (或  $= \lambda_5/\lambda_{200}$ )。所以标准中给出了比值  $\lambda_{10}/\lambda_{1000}$  ( $C_1$  方案) 或  $\lambda_5/\lambda_{200}$  ( $C_2$  方案)。

例：在某加工工序的质量控制中，每半小时抽检一个样本，按客户检验规范的要求，产品的不合格品率不应超过 5%，并希望对异常的生产过程能在半天中检测出来。按此要求制定一个累积和控制方案。

解：按上面所述的步骤来制定累积和控制方案。

(1) 由于该工序半小时检测一次，又根据要求希望在半天内能检测出异常，则要求  $L_1 < 8$ ，所以采用方案  $C_2$ 。

(2) 由于规范要求不合格品率不能超过 5%，故令  $P_1 = 4\%$ ，确定  $P_0$  时，应使  $P_1/P_0$  的值不至于过小，根据过去的生产所能达到的较高水平，取  $P_0 = 2\%$ 。

(3) 从  $C_2$  方案中找出与  $P_1/P_0 = 2$  最接近的值为 2.3 或 2.5，取其中稍大的 2.5，则  $T_0 = 1.0$ ， $h = 5$ ， $K = 1.5$ ，从而

$$n = T_0/P_0 = 50$$

即每半小时抽检 50 个产品，记录其中的不合格品数（表 6-3），并求其对参考值  $K$  的偏差的累积和，当累积和小于 0 时，下一次重新计算累积和；当累积和大于  $h$  时判断过程异常，需要查找原因，加以校正。

表 6-3 检查结果及累积和方案的计算 ( $K=1.5, h=5$ )

序号 $m$	不合格品数 $X_m$	对参考值的偏差 $X_m - K$	偏差的累积和 $C_m$
1	1	-0.5	-0.5*
2	2	0.5	0.5
3	2	0.5	1
4	0	-1.5	-0.5*
5	5	3.5	3
6	2	0.5	3.5
7	3	1.5	5
8	2	0.5	5.5**
9	0	-1.5	4
10	1	-0.5	3.5
11	2	0.5	4
12	4	2.5	6.5**
13	3	1.5	8**
14	4	2.5	10.5**
15	3	1.5	11.5**

当  $C_m < 0$  时，表示过程正常，用“\*”表示，从下一个样本开始重新计算累积和。当  $C_m > h$  时，判断过程异常，发出报警信号，用“\*\*”表示。



本例的累积和图形如图 6-2 所示。

在本例中, 从第 11 号到第 15 号样本的局部累积和超过了判定距  $h$ , 故判生产过程异常, 需要找原因。从第 11 号到第 15 号样本为止, 这段时间生产过程的平均不合格品率为:

$$\frac{2+4+3+4+3}{50 \times 5} = 0.064 = 6.4\%$$

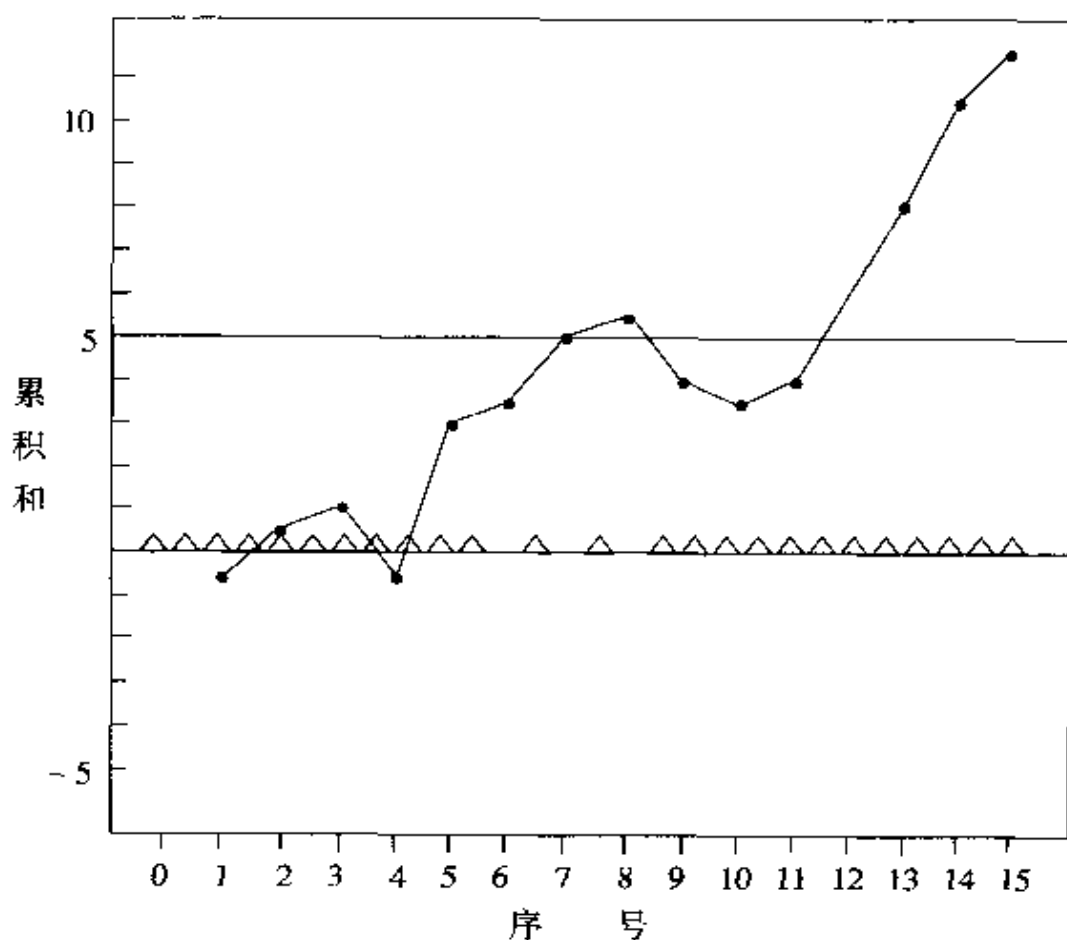


图 6-2

## ⑤ 监控质量均值的累积和控制图

### 1. 适用条件

当质量特性（或某一统计量）为正态分布时，要求及时发现过程均值  $\mu$  与目标值  $\mu_0$  的微小的偏离，这种偏离用标准差的倍数  $\sigma$  来衡量。

### 2. 判定规则

例：下面给出的是某化学成分含量的百分比，每一个数据  $X_i$  为 5 个样品的均值，并且给出了标准差的估计值为 1。其目标值为 15，当均值偏离 1 个标准差时就要对过程进行修正。为此构造累积和控制图。20 个均值数据依次为：

16    15    17    18    14    13    17    18    16.5    14.5  
12    11    13.5    10    17.5    9    8    18.5    10.5    11.5

对这一问题，过程均值偏大或偏小都是不利的，所以两者我们都要监控。为此：

首先设定两个参考值  $K_1$  与  $K_2$ ，并给出决策区间  $H$ ，当  $\sum_{i=1}^n (X_i - K_1) \geq H$  时判定过程均值偏大，当  $\sum_{i=1}^n (X_i - K) \leq H$  时判定过程均值偏小。

其中  $K_1 = T + F$ ， $K_2 = T - F$ ，而  $F = f\sigma$ ， $H = h\sigma$ 。

因此，一组参数  $(h, f)$  决定了一个过程的检验方案。

### 3. $h$ 与 $f$ 的确定

我们可以根据链长  $L_0$  来确定  $h$  与  $f$ ，表 6-4 给出了有关

数值 (注意这里只给出了  $L_0$ ,  $L_1$  基本是相同的, 譬如在偏离一个标准差时,  $L_1 = 10$ )。

表 6-4 均值累积和参数

偏移量 $\sigma\sqrt{n}$	$C_1$ ( $L_0 = 700 \sim 1\,000$ )		$C_2$ ( $L_0 = 140 \sim 200$ )	
	$h$	$f$	$h$	$f$
$< 0.75$	8	0.25	5	0.25
$0.75 \sim 1.5$	5	0.5	3.5	0.5
$> 1.5$	2.5	1.0	1.8	1.0

其中  $L_0$  是单侧控制时的值, 双侧控制时  $L_0$  为其单侧控制时的  $1/2$ 。

#### 4. 具体步骤

我们仍用上例来建立累积和控制图。

##### (1) 确定参数。

根据需要采用  $C_1$  方案。由于  $\sigma = 1$ ,  $n = 5$ , 所以  $\sigma\sqrt{5} = \sqrt{5} > 1.5$ , 为此查上表得  $h = 2.5$ ,  $f = 1$ , 由于  $\sigma = 1$ , 则:

$$F = f\sigma = 1, H = h\sigma = 2.5$$

由目标值  $T = 15$ , 可得  $K_1 = T + F = 16$ ,  $K_2 = T - F = 14$ 。

##### (2) 计算累积和 (如表 6-5)。

表 6-5 累积和计算表

序号	X	$X - K_1$	累积和	备注	$X - K_2$	累积和	备注
1	16	0	0		2	>0	
2	15	-1	<0		1	>0	
3	17	1	1		3	>0	
4	18	2	3		4	>0	
5	14	-2	1		0	0	
6	13	3	<0		-1	-1	
7	19	3	3		5	>0	
8	18	2	5		4	>0	
9	16.5	0.5	5.5		2.5	>0	
10	14.5	-1.5	4		0.5	>0	
11	12	-4	0		-2	-2	
12	11	-5	<0		-3	-5	
13	13.5	-2.5	<0		-0.5	-5.5	
14	10	-6	<0		-4	-9.5	
15	17.5	1.5	1.5		3.5	0	
16	9	-7	<0		-5	-5	
17	8	-8	<0		-6	-11	
18	18.5	2.5	2.5		4.5	>0	
19	10.5	-5.5	<0		-3.5	-3.5	
20	11.5	-4.5	<0		-2.5	-6	

当  $\sum_{i=1}^m (X_i - K_1) < 0$  时累积和重新开始计算，当  $\sum_{i=1}^m (X_i - K_2) > 0$  时累积和重新开始计算。

累积和控制图见图 6-3。



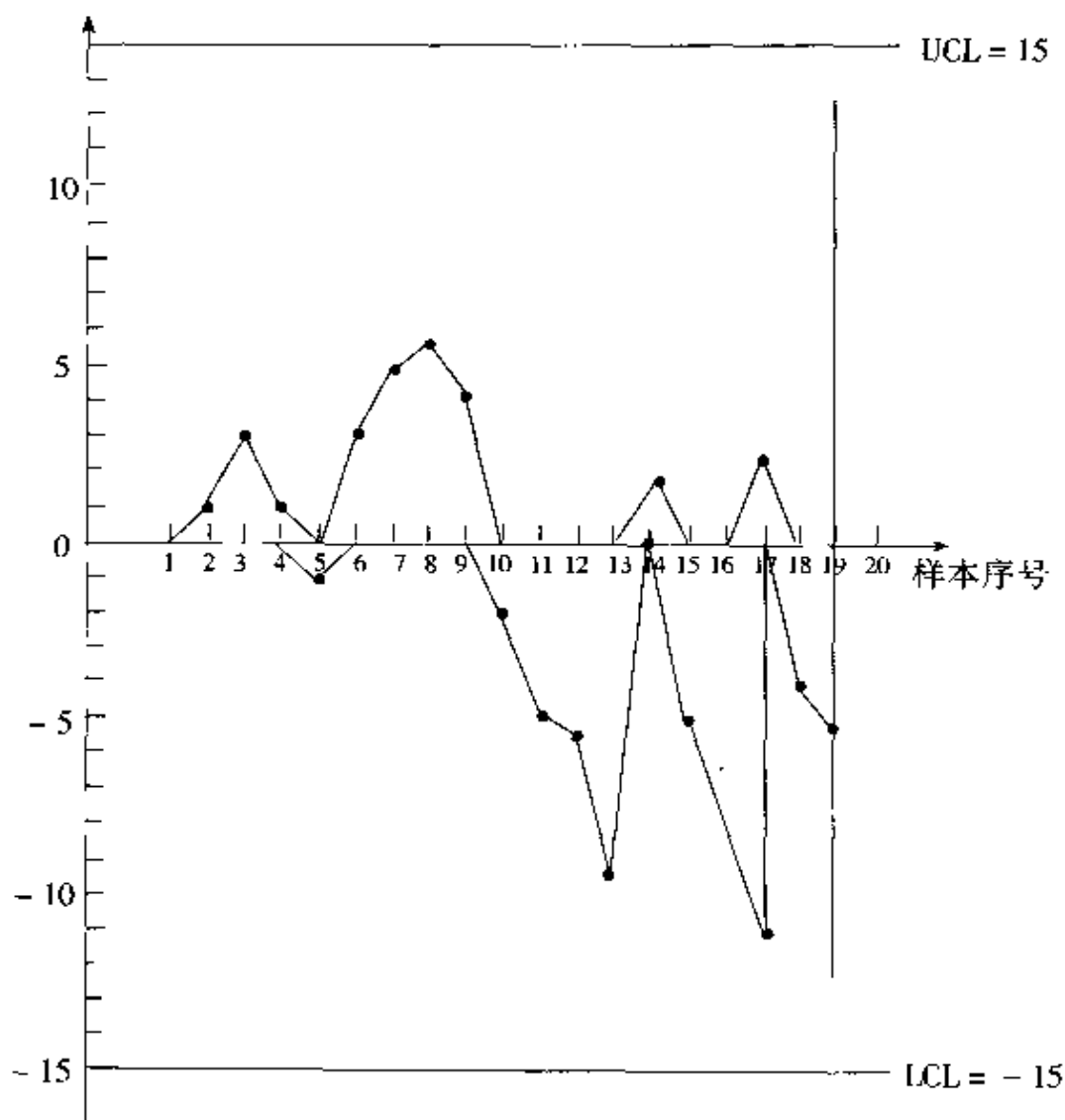


图 6-3

(3) 从图 (或计算表) 中可以看出, 从第 16 组开始均值就偏大, 到第 10 组就开始偏小。所以在第 10 组时就应该寻找原因, 及时对生产过程进行调整。

## 六 用 MINITAB 作累积和控制图

某加工车间车制轴套, 每 1 小时抽取 30 个产品, 检验结



果如表 6-6 所示。

设不合格品数的目标值  $T = 1$ ,  $K = 2$ ,  $h = 5$ , 试作累积和控制图。

(1) 计算不合格品数对目标值 ( $T = 1$ ) 偏差的累积和  $C_{mT}$ 。

表 6-6

样本号 $m$	不合格品数 $X_i$	对目标值的偏差 $X_i - T$	偏差的累积和 $C_{mT}$
1	2	1	1
2	3	2	3
3	1	0	3
4	2	1	4
5	3	2	6 * *
6	4	3	9 * *
7	5	4	13 * *
8	6	5	18 * *

(2) 计算不合格品数对参考值 ( $K = 2$ ,  $h = 5$ ) 偏差的累积和  $C_{mK}$  (见表 6-7)。

表 6-7

样本号 $m$	不合格品数 $X_i$	对参考值的偏差 $X_i - K$	偏差的累积和 $C_{mK}$
1	2	0	0
2	3	1	1
3	1	-1	0
4	2	0	0

续上表

样本号 $m$	不合格品数 $X_i$	对参考值的偏差 $X_i - K$	偏差的累积和 $C_{mK}$
5	3	1	1
6	4	2	3
7	5	3	6 * *
8	6	4	10 * *

当  $C_{mT}/C_{mK} \geq h$  时, 表示过程异常, 要找出过程中存在的特殊原因。

(3) 用 MINITAB 作累积和控制图。

作对目标值  $T=1$  的累积和控制图, 如图 6-4 所示:

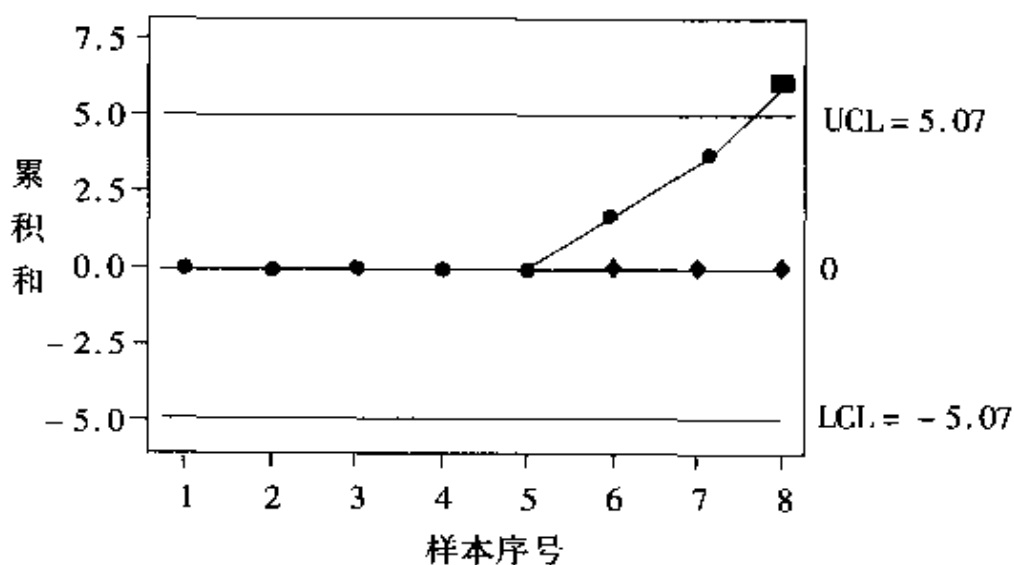


图 6-4

从图中可知, 有一点超控制规格, 要查找原因。

作参考值  $K=2$  的累积和控制图, 如图 6-5 所示:

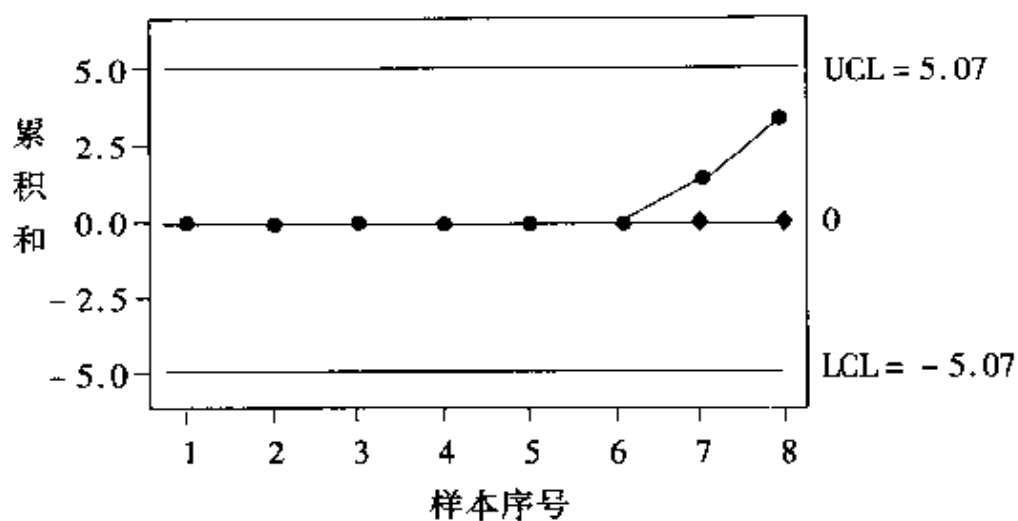


图 6-5

从图中可知，没有点超控制规格，过程处于受控状态。

(4) 作出结论。

从步骤 (1)、(2) 可知样本 5、6、7、8 过程须加强控制，否则过程将失控。



## 第七章

# 指数加权滑动平均 (EWMA) 控制图

- ◆ 指数加权滑动平均控制图的使用条件
- ◆ 指数加权滑动平均控制图的应用
- ◆ 用 MINITAB 制作 EWMA 控制图
- ◆ EWMA 控制图与  $\bar{X}-R$  控制图的比较

## ●指数加权滑动平均控制图的使用条件

在休哈特常规控制图中，我们总是假定过程均值服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ 。但在实际应用中，这些假定往往不一定成立。而指数加权滑动平均（EWMA）控制图则没有这些限制。

EWMA 控制图上的点包含了所有子组的信息，它能探测过程的微小漂移。EWMA 控制图同样适用于单个观测值的情况。

在 EWMA 控制图中，绘制的统计量为当前值与历史数据的加权平均，即

$$Z_t = \lambda X_t + (1 - \lambda) Z_{t-1}$$

式中： $Z_0 = \mu_j$

$Z_t$ ——当前时刻的指数加权平均；

$Z_{t-1}$ ——上一时刻的观测值；

$X_t$ ——当前时刻的观测值；

$\lambda$ ——当前观测值权重因子。

在  $\{X_t\}$  独立时， $\{Z_t\}$  存在自相关。但 Wortham 与 Ringler (1971) 曾证明得出下列结论：

对于比较大的  $t$ ，当  $\{X_t\}$  独立同分布于均值为  $\mu$ 、方差为  $\sigma^2$  的正态分布时，样本统计量  $Z_t$  近似服从正态分布，且

$$E(Z_t) = \mu$$

$$V_{ar}(Z_t) = \sigma^2 \left( \frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2t}]$$

随着  $t$  的增大， $[1 - (1 - \lambda)^{2t}]$  趋近于 1。因此可用公式

$$V_{ar}(Z_t) \approx \sigma^2 \left( \frac{\lambda}{2 - \lambda} \right)$$



控制限规定为:

$$UCL = \hat{\mu} + 3\hat{\sigma} \sqrt{\lambda / (2 - \lambda)}$$

$$LCL = \hat{\mu} - 3\hat{\sigma} \sqrt{\lambda / (2 - \lambda)}$$

其中  $\hat{\sigma} = R/d_2$  或  $\hat{\sigma} = \bar{S}/c_4$ 。

若取  $\lambda = \frac{2}{t+1}$ , 则方差表达式变为:

$$V_{ar}(Z_t) = \frac{\sigma^2}{t}$$

相应控制限为:

$$UCL = \hat{\mu} + 3\sigma\sqrt{t}$$

$$LCL = \hat{\mu} - 3\sigma\sqrt{t}$$

对于刚开始时的观测值, 方差的常用计算公式:

$$V_{ar}(Z_t) = \sigma^2 \left( \frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2t}]$$

但随着  $t$  的增大, 可用:

$$V_{ar}(Z_t) \approx \sigma^2 \left( \frac{\lambda}{2 - \lambda} \right)$$

## ●指数加权滑动平均控制图的应用

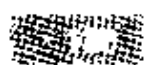
绘制 EWMA 控制图时, 一般要求给定权重  $\lambda$ 。Montgomery (1991) 推荐使用  $0.05 \leq \lambda \leq 0.25$ 。一般  $\lambda$  常取 0.08、0.10、0.15。

例: 表 7-1 给出了不同时间测得的 50 个塑胶产品的关键尺寸 A。

将目标值 10 作为  $\mu$  的估计值,  $\lambda$  取 0.2, 对上述数据作 EWMA 控制图, 如图 7-1。从该图可看到控制界限在第 11 个样本开始稳定和样本点对目标值的漂移。

表 7-1 某塑胶产品的关键尺寸数据表

序号	尺寸 A	指数加权平均 Z	序号	尺寸 A	指数加权平均 Z
1	10	10.00	26	11	12.80
2	11	10.20	27	12	12.64
3	12	10.56	28	13	12.71
4	10	10.45	29	14	12.97
5	11	10.56	30	15	13.38
6	12	10.85	31	12	13.10
7	13	11.28	32	10	12.48
8	14	11.82	33	11	12.19
9	15	12.46	34	12	12.15
10	11	12.17	35	13	12.32
11	12	12.13	36	12	12.25
12	13	12.31	37	10	11.80
13	14	12.65	38	11	11.64
14	15	13.12	39	12	11.71
15	12	12.89	40	13	11.97
16	10	12.31	41	14	12.38
17	11	12.05	42	15	12.90
18	12	12.04	43	10	12.32
19	13	12.23	44	11	12.06
20	14	12.59	45	12	12.05
21	15	13.07	46	13	12.24
22	11	12.66	47	14	12.59
23	12	12.52	48	13	12.67
24	14	12.82	49	14	12.94
25	15	13.26	50	13	12.95



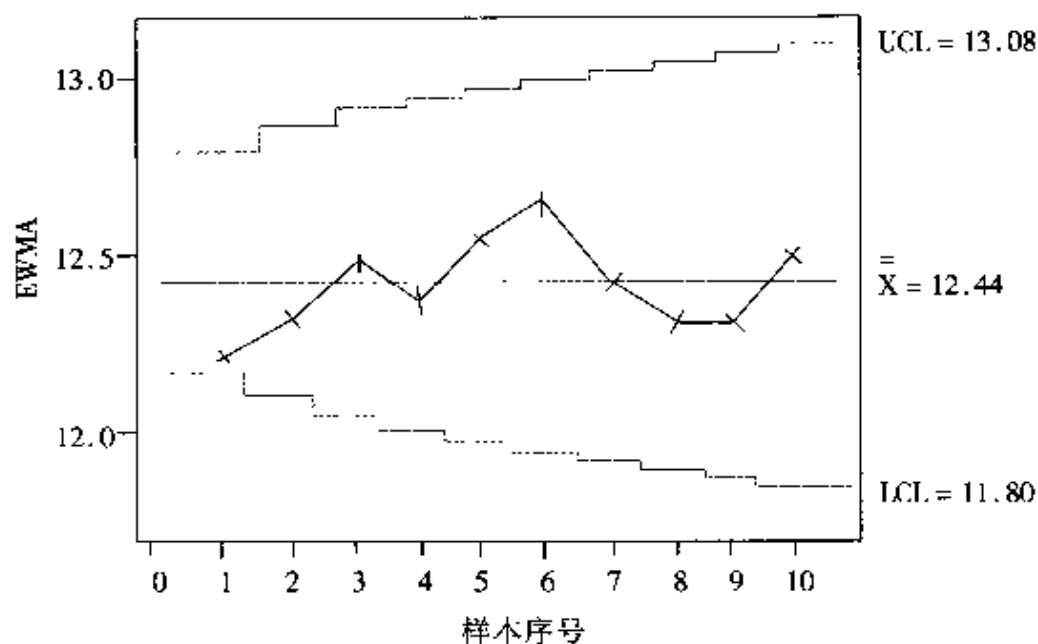


图 7-1

## ● 用 MINITAB 制作 EWMA 控制图

某 6Sigma 团队进行注塑机优化试验，对优化后的参数进行 SPC 控制。团队收集 10 组数据，每组 5 个样本，如表 7-2 中所示，试用 MINITAB 作 EWMA 控制图。

表 7-2

长度	长度	长度	长度	长度
51	52	50	53	54
56	57	52	50	51
53	52	51	54	56
54	55	56	57	58
51	52	53	54	56



续上表

长度	长度	长度	长度	长度
54	55	56	57	58
51	52	50	55	57
52	54	56	58	59
53	54	51	53	55
50	51	52	57	58

(1) 确定  $\lambda$  值。

一般  $0.05 \leq \lambda \leq 0.25$ ，这里取  $\lambda = 0.2$ 。

(2) 用 MINITAB 作 EWMA 控制图 (图 7-2)。

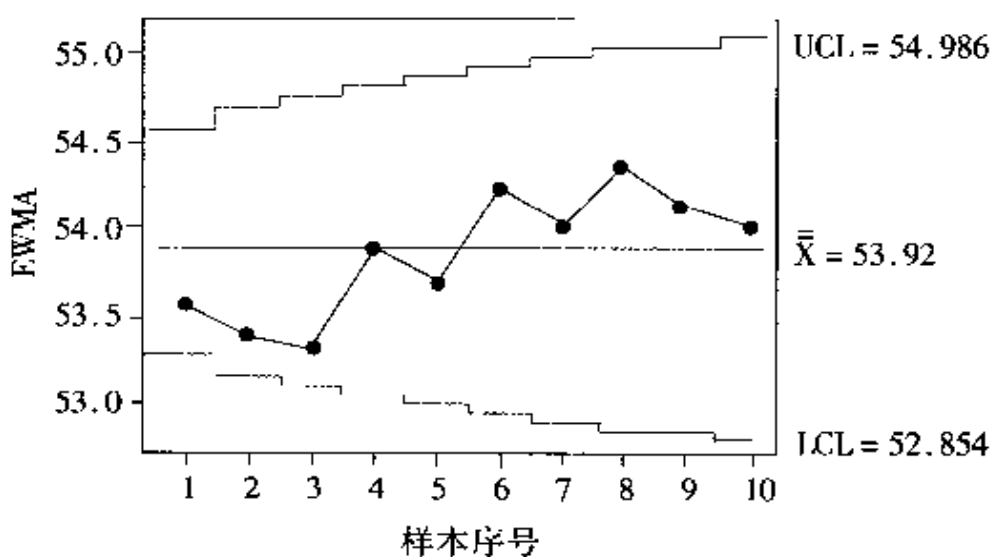


图 7-2

(3) 分析结果。

从上图可知，10 组数据都在控制规格内，证明优化后的过程满足生产要求。

## ④ EWMA 控制图与 $\bar{X} - R$ 控制图的比较

(1) 作  $\bar{X} - R$  控制图 (图 7-3)。

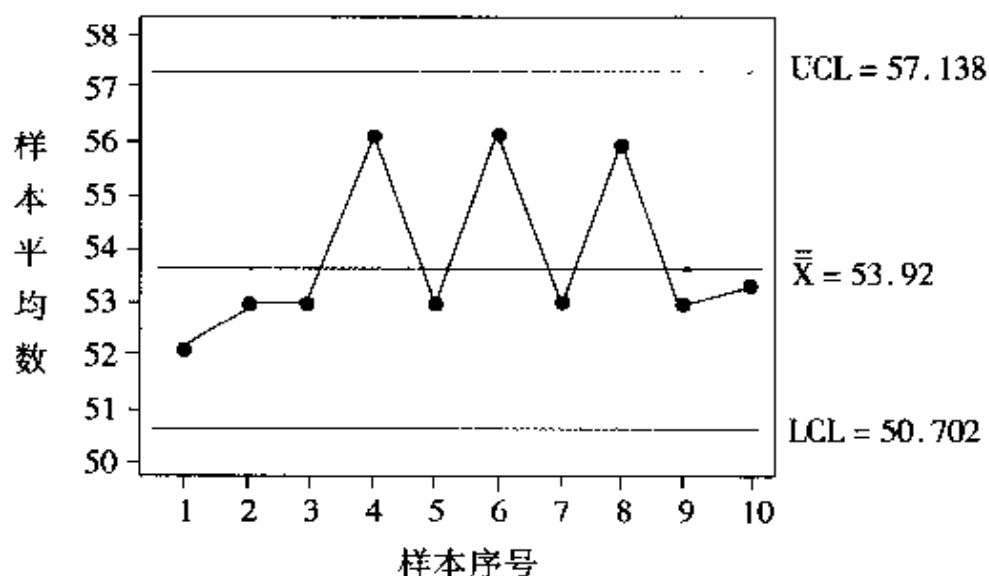


图 7-3

从上图可知  $\bar{X}$  图没有 EWMA 对数据均值的灵敏, EWMA 比  $\bar{X}$  精度更高。因此可以用 EWMA 来检测过程均值的漂移。因此 EWMA 有累积和均值漂移的功能。

(2) 不同  $\lambda$  值对 EWMA 图过程漂移敏感度的影响。

①  $\lambda = 0.08$  (图 7-4)

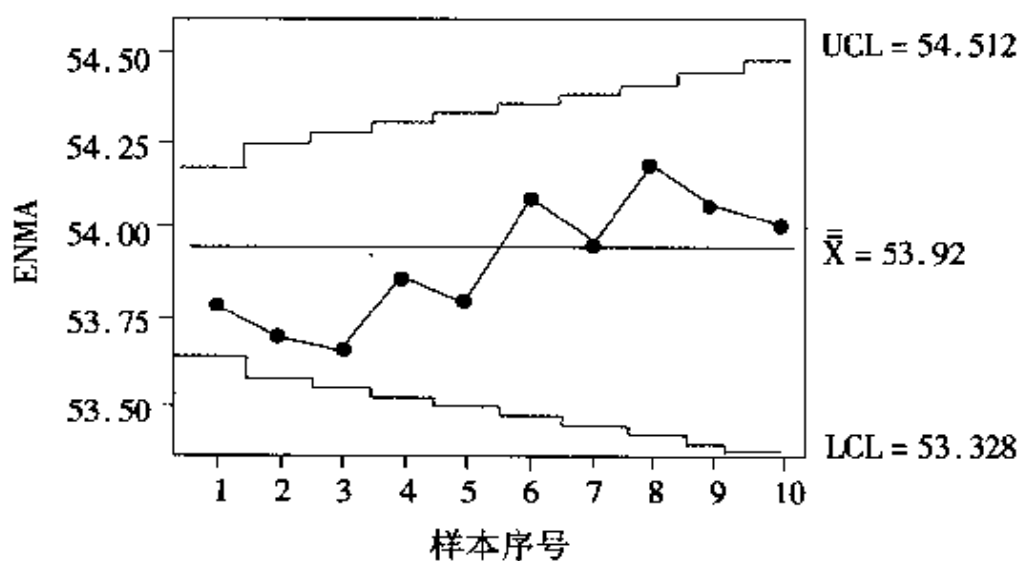


图 7-4

②  $\lambda = 0.10$  (图 7-5)

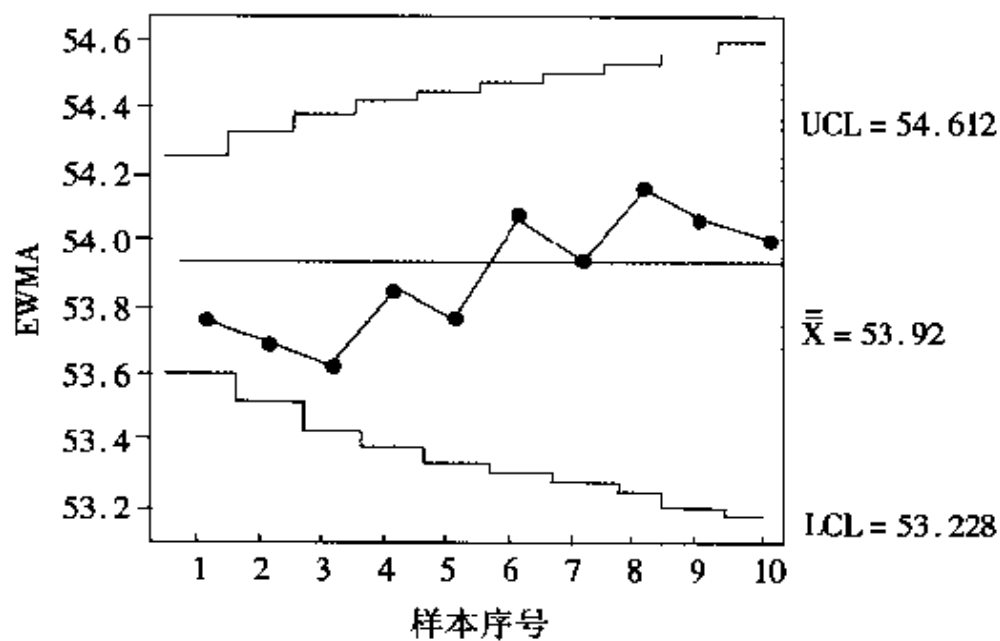


图 7-5



③  $\lambda = 0.15$  (图 7-6)

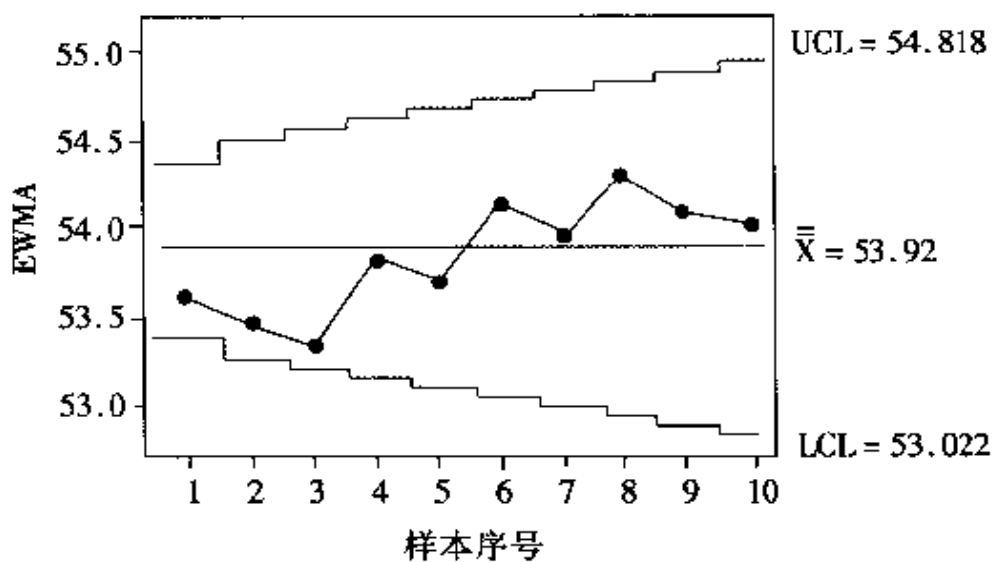


图 7-6

④  $\lambda = 0.40$  (图 7-7)

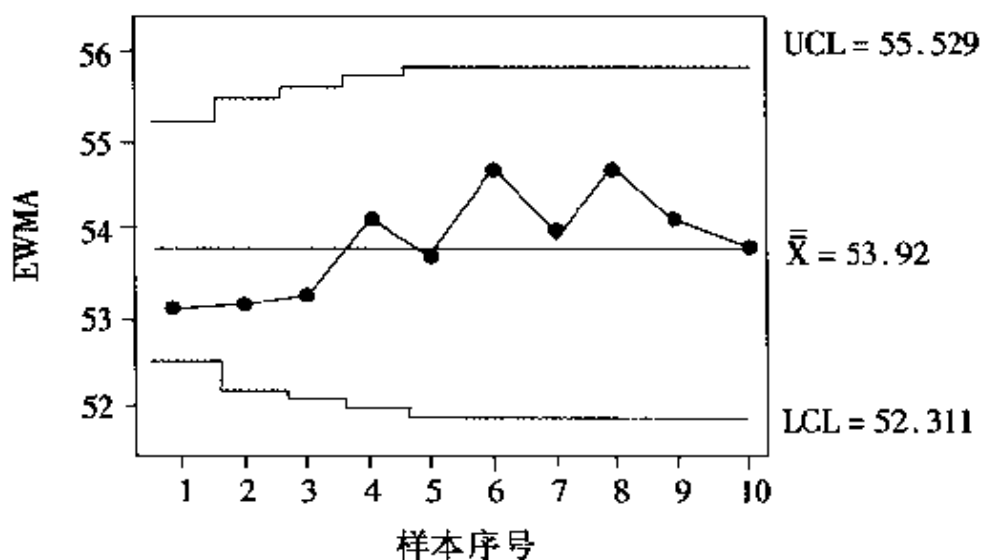


图 7-7

⑤  $\lambda = 0.80$  (图 7-8)

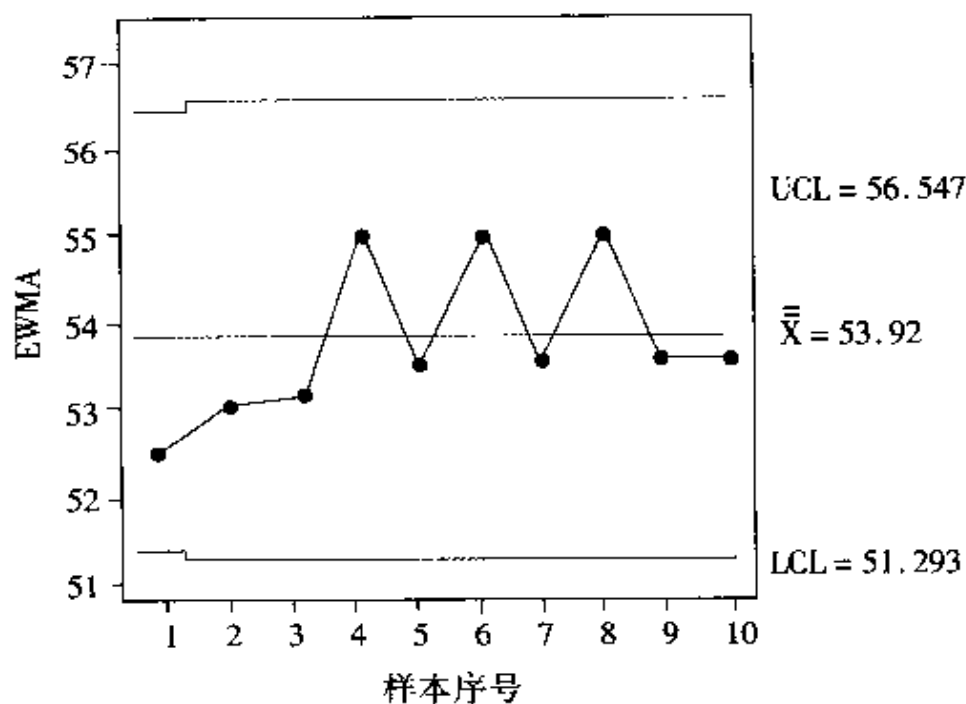


图 7-8

从上图可知： $\lambda$  值越大，控制规格越大，因此， $\lambda$  值控制在  $0.05 \leq \lambda \leq 0.25$  之间是比较合理的。

## 第八章

# 预控制图

- ◆ 预控制图的基本原理
- ◆ 预控制图的使用条件
- ◆ 预控制图的控制方法
- ◆ 预控制图对过程控制的弹性管理
- ◆ 预控制图在计数值过程控制中的应用
- ◆ 应用预控制图对操作者的要求
- ◆ 预控制图的优点

## ●预控制图的基本原理

### 1. 用预控制图代替控制图的设想

任何好的方法也会在某些方面表现出一定的局限性。控制图在生产过程中是过程控制最有效的工具，但往往受到以下几方面的限制：

(1) 作任何类型的控制图都需要先取得 20~25 组的预备数据。取得预备数据往往需要几天的时间，这对于小批量生产过程是无法实现的。

(2) 控制图的基本原理是分布理论，很难让操作工人所理解，对应用者要求具有一定的素质。

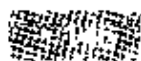
(3) 控制图无论是分析用还是控制用，工作量都比较大，这给生产现场的应用带来一定困难。

因此，要考虑在某些情况下能否应用更简便的方法来代替控制图。预控制图就是这样的一种方法。瑞斯—斯特朗咨询公司在对企业进行质量管理咨询的过程中提出这一设想，由著名统计学专家弗兰克·撒塞给梯发明了预控制图，并得到了广泛的应用。目前在美国、日本等发达国家有近 20% 的企业应用预控制图。

### 2. 应用预控制图应注意的问题

(1) 预控制图不是控制图，但具有对质量特性进行控制的功能。

(2) 预控制图并不是指在工序开始前就进行预控，而是指在工序未产生不合格品之前对工序进行控制。



(3) 预控制图直接与规格（公差）界限相联系，根据规格（公差）界限来确定预控（P-C）线。不需要按  $3\sigma$  原则计算控制界限，也不需要计算平均值  $\bar{X}$  和极差  $R$ ，而是根据单个样品的实测值对工序进行判断，所以操作极为简便。

(4) 预控制图的假设条件。

- a. 过程的质量特性值必须是服从正态分布的；
- b. 过程能力  $6\sigma_X$  恰好等于规格（公差）范围， $6\sigma_X = T$  即  $C_p = 1$ ；
- c. 过程的质量特性值的分布中心（平均值）必须与规格（公差）中心（目标值  $M$ ）相重合。

图 8-1 所示的是假设条件的图形。

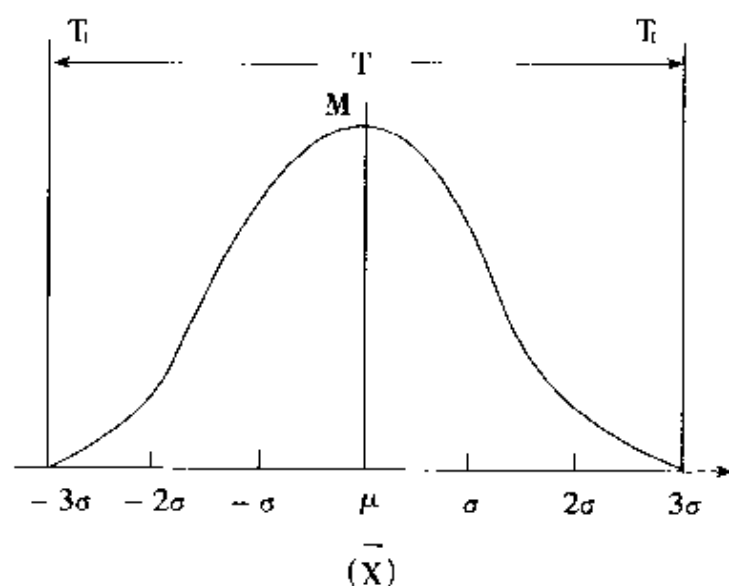


图 8-1 预控制图的假设条件

(5) 预控制图的区域划分（图 8-2）。设计预控制图时，在规格界限（ $T_U$ ,  $T_L$ ）与中心线（目标值  $M$ ）之间（ $1/2$  处）各增加一条预控线（P-C 线）。将预控制图划分为以下三个区：



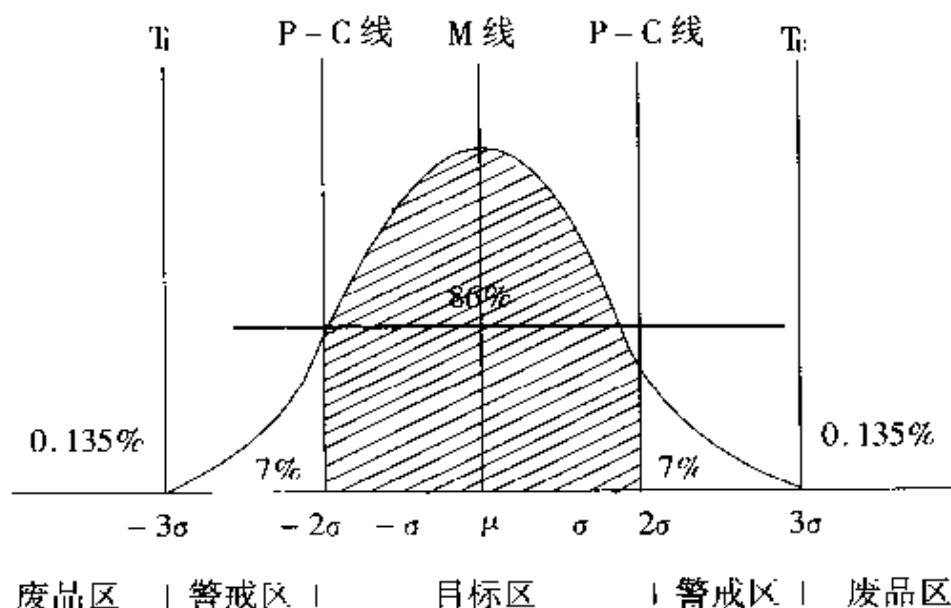


图 8-2

①目标区（绿区）：两条预控线之间的区域，占规格范围的一半。

②警戒区（黄区）：在目标区两侧，预控线与规格界限  $T_U$ 、 $T_L$  的区域为两个警戒区，它们分别各占规格范围的四分之一。

③废品区（红区）：在两个黄区之外，即超过规格界限  $T_U$ 、 $T_L$  的区域为两个废品区。

(6) 预控制图各区域的概率。根据正态分布概率可推算出预控制图各区域的概率，依此可作为异常判断的依据。

①目标区（绿区）的概率为 86.64%，粗略认为是 86%（便于计算）即 12/14。当  $C_p = 1$  时，在 100 件产品中大约有 86 件产品的实测值可能会落入目标区（绿区）内。

②警戒区（黄区）。两个黄区的概率各为 6.54%，粗略认为是 7%，即 1/14。当  $C_p = 1$  时，每 14 件产品中大约会有 1 件产品的实测值落入其中一侧的黄区内。



③废品区（红区）。两个红区的概率各为 0.135%。

## ●预控制图的使用条件

### 1. 预控制图的操作

工序加工开始时，连续抽取 5 件产品，若实测值全部落入绿区，则认为分布中心（平均值）与规格中心（目标值）相重合，而且过程能力符合预控制图的假设条件。即可以开始预控制图的操作。

若 5 件产品中有 1 件产品的实测值落在预控线之外，就必须重新调整工艺参数（设备、工装等），直到 5 件产品的实测值全部落入绿区时，才能正式开始应用预控制图。

### 2. 对过程实施质量控制的法则

开始操作后，按确定的时间间隔，每次连续抽取 2 件产品，并按以下规则对过程实施质量控制。

(1) 若 2 件产品的实测值全部落入绿区，则判过程正常。

(2) 若 2 件产品的实测值中有 1 个落入绿区、1 个落入黄区，则判过程正常。

(3) 若连续抽测的两件产品的实测值分别落入两个黄区，则判过程异常。并认为过程质量特性值分布的标准偏差增大，应采取相应的措施减小偏差。

(4) 若连续抽测的两件产品的实测值落入同一黄区内，则判过程异常。并认为过程质量特性值的分布中心偏移，应采取相应的措施纠正。

(5) 只要有 1 件产品的实测值落入红区，就应判过程严重



异常。此时应停止生产，进行质量分析，采取纠正措施使过程恢复正常。当确认质量改进取得成效之后，再按第（1）条的规定重新开始。

## ③ 预控制图的控制方法

对异常判断的理论基础是小概率事件原理，设置的小概率为 0.01。

（1）在过程中随机抽取 1 件产品，其实测值落入绿区的概率为 0.86。若连续抽取 5 件产品，它们的实测值全部落入绿区的概率为  $0.86^5 = 0.4704$ 。说明过程要达到这一要求，有 47% 的可能性，而实际上达到了，证明过程质量特性值的分布中心（平均值）与规格中心（目标值）是重合的，而且过程能力也满足要求，符合预控制图的假设条件，可以正式开始应用预控制图。

（2）连续抽取 2 件产品，其实测值全部落入绿区的概率为  $0.86^2 = 0.74 > 0.01$ ，说明过程正常。

（3）连续抽取 2 件产品，其实测值 1 个落入绿区，1 个落入黄区的概率为  $0.86 \times 0.07 = 0.06 > 0.01$ ，说明过程正常。

（4）连续抽取 2 件产品，其实测值全部落入黄区的概率为  $0.07^2 = 0.0049 < 0.01$ ，应视为小概率事件，应判过程异常。

（5）只要有 1 件产品的实测值落入红区，无论另 1 件产品的实测值落入哪个区域，其概率总是小于 0.01，为小概率事件，应判过程异常。

表 8-1 归纳了以上情况。



表 8-1 预控制图判断规则

$T_j$	$P-C_m$	$P-C$	$T_u$				
红区	黄区	绿区	黄区	红区	概率	处置	
		ABCDE			$0.86^5 = 47\%$	可以开始预控	
		AB			$0.86^2 = 74\%$	$P > 0.01\%$ 过程正常	
	A	B			$0.07 \times 0.86 = 6\%$		
		B	A				
	B	A					
		A	B				
	A		B		$0.07^2 = 0.49\%$	散差过大, 调整 过程后重新开始	
	B		A				
	AB				$0.07^2 = 0.49\%$	分布中心偏移, 调 整过程后重新开始	
			AB				
A					0.135%	过程能力严重不 足, 严重异常, 应采取纠正措施, 达到第(1)条规 则后重新开始	
				A			
B	A				$0.07 \times 0.00135$ $= 0.1\%$		
	A			B			
			A	B			
B			A				

## ④ 预控制图对过程控制的弹性管理

预控制图对过程状态具有敏感性, 其对过程的判断具有“奖惩功能”。

### 1. 过程能力与预控制图

预控制图的假设条件为  $C_p = 1$ , 这样的假设其目的在于对预控制图作出统计解释, 并不意味着只有  $C_p = 1$  时才能应用预控



制图。实际上，只要  $C_p \geq 1$ ，就可以应用预控制图。而且， $C_p$  越大对过程控制的效果越好，但  $C_p < 1$  时是不能应用预控制图的。

不同过程能力时预控制图的报警情形如图 8-3 所示。

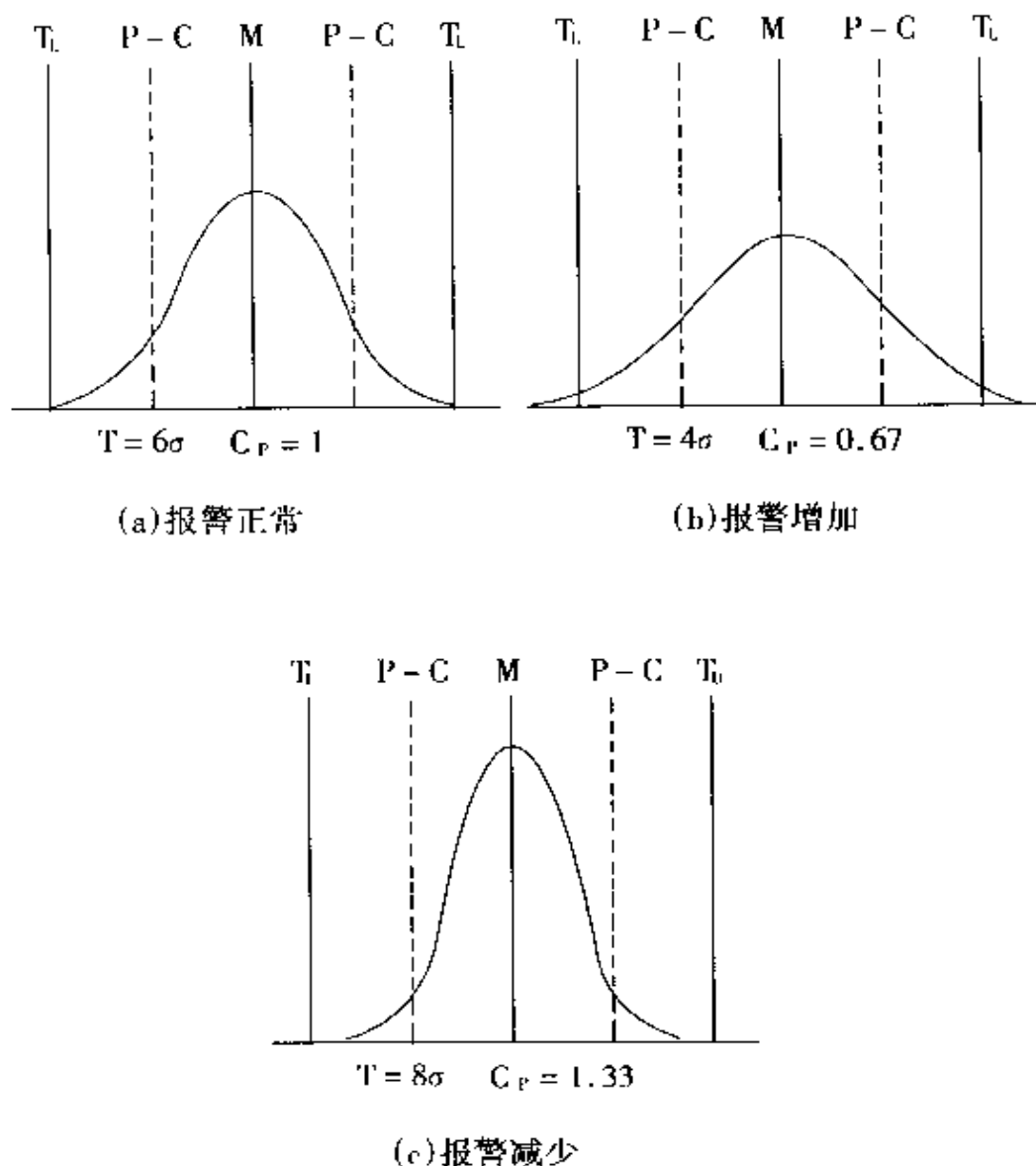


图 8-3



从图中可看出：

(1) 当  $C_p = 1$  时 (图 a)，连续 2 件产品的实测值落入黄区的概率为 0.004 9，根据小概率事件原理判断过程异常。

(2) 当  $C_p < 1$ ，如  $C_p = 0.67$  (图 b)。此时，连续 2 件产品的实测值落入黄区的概率实际为 0.02。根据预控制图的判断准则，自然仍应判断过程异常。实际上加大了对异常判断的概率，预控制图会频频报警。因此，当  $C_p < 1$  时不适宜应用预控制图。

(3) 当  $C_p > 1$ ，如  $C_p = 1.33$  (图 c)。此时，连续 2 件产品的实测值落入黄区的概率实际只有  $0.000\ 4 < 0.004\ 9$ 。因此出现报警的可能性很小，则说明若有 2 件产品的实测值落入黄区，这样小的概率事件的发生，过程必须是异常的，使预控制图的检出力更加灵敏。

从以上情况也可以说明，若  $C_p = 1$  时为正常情况；当过程能力减小 ( $C_p < 1$ ) 时，预控制图就会频频报警 (属于对过程的惩罚)；当过程能力有所提高 ( $C_p > 1$ )，预控制图就会减少报警 (属于对过程的奖励)。预控制图对过程质量的优劣具有弹性的区别对待。

## 2. 预控制图的抽样间隔时间

控制图在应用过程中，虽然抽样的间隔时间是确定不变的，但可以根据过程的实际状态调整。当过程异常出现的频次减少时，应延长抽样的间隔时间 (属于对过程的奖励)。

一般抽样的间隔时间的确定，是过程两次异常 (两组落入双黄区的取样) 之间时间的  $1/6$ 。如若第一次过程异常 (双黄区) 于上午 9:00 发生，纠正后继续加工，中午 12:00 再次发生过程异常 (双黄区)，这两次过程异常的间隔为 3 小时，



其  $1/6$  为 0.5 小时。则之后的预控制图必须每 30 分钟抽取一个样本。之后也是依此随时调整，起到弹性管理的作用。

## ⑤ 预控制图在计数值过程控制中的应用

预控制图不仅像  $\bar{X}-R$  图一样，可以在计量值检测的过程控制中应用，而且也可以用于计数值检测的过程控制中。

在许多情况下，为提高检测效率，检验工作中常采用“过”与“止”的界限量规。例如用于长度、深度、内径、外径测量的：内外卡板、塞规、环规等。这些量具只能判断产品合格还是不合格，而不能测量出具体的尺寸数值。在这些情况下是无法应用  $\bar{X}-R$  图等计量值控制图实施过程控制的。有些企业为了能够应用  $\bar{X}-R$  图等计量值控制图，只得采用通用量具（如卡尺、千分尺、千分表等）来代替界限量规。这不仅大大增加了测量费用，占用了加工工时，也影响了生产效率。

为使计数值检测过程控制也能够应用控制图，可以设计专用量具。

## ⑥ 应用预控制图对操作者的要求

- (1) 应充分掌握规格（公差）和有关技术标准。
- (2) 应熟知产品质量要求和质量控制的要求。
- (3) 应熟练掌握必要的量具、仪器仪表的操作规程以及调整方法。
- (4) 过程一旦发生异常，应具有及时采取纠正措施的能力。



对操作者的各项要求应在使用预控制图之前实施培训。

## ⑦ 预控制图的优点

(1) 预控制图的设计完全与规格（公差）界限相联系，容易被操作者所理解和掌握。

(2) 预控制图的应用过程中，不需要任何记录、计算和作图打点，非常简便。

(3) 预控制图以绿、黄、红三色划分区域，形象、直观、易于理解和接受。有些企业将预控制图各区域的不同颜色彩色套印，非常美观，称其为彩虹图或彩条图。

(4) 利用预控制图可以反映出过程质量特性值分布的中心偏移和标准偏差的变化，易于分析过程异常的原因。

(5) 产品的实测值落入黄区时并非为不合格品，但预控制图却发出异常报警，实际是在不合格品发生之前即发出报警（捕捉异常先兆），起到了预防的作用。

(6) 只要  $C_p \geq 1$  就可以应用预控制图，操作者利用了整个的规格（公差）范围，并不要求把过程控制到过于严格的程度。

(7) 预控制图能够保证产品质量被控制在预定的水平上。在  $C_p = 1$  时，正常实施预控制图，可保证过程不合格品率小于 0.3%。

(8) 预控制图不仅可以用于计量值检测的过程控制，还可以用于计数值检测的过程控制。

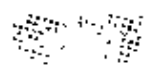
(9) 预控制图不仅适用于小批量生产过程，也可以在大批量生产过程中应用。

应注意，在大批量生产过程中，预控制图的控制效果要比



控制图差。因此，对有条件的企业，在大量生产过程中尽可能应用控制图实施质量控制。

(10) 预控制图由操作者实施，又易于为操作工人所理解和接受。因此，有利于提高操作者的自控水平和质量责任心，从而减少拒收和调整，增强生产优质产品的信心。



## 第九章

# 多变量控制图

- ◆ 多变量统计过程诊断理论
- ◆ 多变量控制图

## ●多变量统计过程诊断理论

### 1. 多工序、多指标系统

在现场，多变量情况普遍存在。严格讲，几乎每一个工厂的生产线都是一个多工序、多指标系统（multi-operation and multi-index system）。所谓多工序、多指标系统的含义是：

（1）多工序系统是指产品经过多于一道工序的生产线加工的系统。产品只经过一道工序加工就完成了的情况是罕见的。

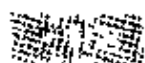
（2）多指标系统是指至少有一道工序的指标数目多于一个的系统。这里，质量指标和技术参数统称指标。由于每道工序至少有一个技术参数和一个质量指标，故多指标系统总是成立的。

例如，某电路板生产线共有 17 道工序，每道工序的指标少则 2 个，多则 27 个；某安乃近生产线共有 6 道工序，每道工序的指标少则 2 个，多则 4 个；某合成橡胶生产线共有 3 道工序，每道工序的指标少则 4 个，多则 36 个；这样的例子比比皆是。

### 2. 在多工序、多指标系统中进行质量控制与诊断所存在的问题

在多工序、多指标系统中进行质量控制与诊断（SPC 与 SPD）存在下列问题：

（1）在多工序生产线存在上道工序影响下道工序的问题。在一条多工序的生产线中，通常，上道工序的加工会给下道工序带来影响（简称上影，preceding influence）。由于上影与本工





序的加工是综合在一起的，如果不能加以区分，就分不清上、下道工序的质量责任，也就无法进行科学的质量控制与诊断。显然，多工序生产线需要对上影进行诊断。

(2) 多指标工序存在指标相关性的问题。在一道工序中若有多个指标，通常，指标之间具有相关性 (correlation)。例如，在电路板生产线中，沉铜工序的质量指标沉铜速率、背光级数就与 25 个技术参数：HCHO (甲醛)，NaOH， $\text{Cu}^{2+}$  等有关。当沉铜质量指标发生异常，需要诊断究竟是哪个或哪些技术参数致使沉铜质量指标异常。显然，多指标工序需要在指标相关的条件下诊断出引起异常的指标。

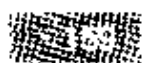
注意，上影是不可逆的，而相关则是互相的，二者的性质不同，因此，它们的诊断也需要应用不同的方法来解决。

(3) 在多工序、多指标体系中，既有纵的联系——上影，又有横的联系——指标相关性，这二者同时存在，就形成了纵横交错的复杂问题，无论是对上影进行诊断或对相关指标进行诊断都更为复杂化。

### 3. 解决上述问题的思路与方法

(1) 在多工序生产线中如何诊断上影？在多工序生产线中诊断上影需要应用两种控制图的诊断理诊。这里不再赘述。

(2) 在多指标工序中如何诊断相关指标？在多指标工序中诊断相关指标主要应用张公绪在 1996 年提出的两种质量多变量诊断理论。两种质量多变量诊断理论的思想与两种质量诊断理论基本上相同，只不过这里的多变量情况应用了多变量  $T^2$  控制图与选控多变量  $T^2$  控制图 (后者是张公绪在 1996 年提出的一种新型  $T^2$  控制图)，代替了三图诊断系统图。



#### 4. 多变量情况的特点

多指标生产线中至少有一道工序具有多指标，而多指标之间往往存在相关性。在指标相关的条件下进行科学管理（SPC 与 SPD）是相当复杂的。

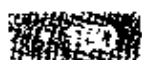
在现场，技术人员极容易犯的一个错误就是把多变量问题简单地分解为若干个一元问题来处理。例如，现场不少技术人员认为，我们把工序的每个指标都控制在其公差界限内，这已经是做到家了，还能进一步做什么？其实，他们不明白，在多变量情况下就产生了一个指标相关的新特点，这是以往一元情况所没有的。现场技术人员对于指标间的相关性通常不加以控制，而这是多变量情况不容许的。

假定某工序共有 10 个指标，记以  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ 。现场人员把每个指标都控制在其公差界限内，这一点从统计角度看，不过是控制了 10 个均值  $\mu_i, i = 1, \dots, 10$ 。而表示 10 个变量间相关关系的协方差矩阵（covariance matrix）为：

$$\begin{array}{ccccc} & X_1 & X_2 & \cdots & X_{10} \\ X_1 & S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{110} \\ X_2 & S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{210} \\ \cdots & & & & \\ X_{10} & S_{101} & S_{102} & \cdots & S_{1010} \end{array}$$

其中， $S_{ii}$  为方差，在本例共有 10 个方差，即  $S_{ii}, i = 1 \cdots 10$ 。

$S_{ij}, i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, 10$  为协方差，由于  $S_{ij} = S_{ji}$ ，故在本例中协方差的个数为：



$$(10 \times 10 - 10) / 2 = 45$$

这样，在总共 10（个均值）+ 10（个方差）+ 45（个协方差）= 65 个参数中，现场人员只控制了其中 10 个均值，占全部 65 个参数的 15.4%，而点 84.6% 的参数并未被控制，尤其是占全部参数 69.2% 的反映相关关系的协方差一个也没有被控制。因此，难怪现场人员经常反映：“不知怎么回事，过程一会儿变好了，一会儿又变坏了，莫名其妙！”其实奥妙就在这里：他们自以为把所有指标和参数都加以控制了，而事实上只控制了其中一小部分，大部分参数都未被控制，尤其是反映参数之间关系的协方差系数一个都没有加以控制，这就是问题之所在。难怪过程的表现经常出乎他们的意料之外。

要想在指标相关的条件下进行 SPC 控制，需要应用张公绪教授在 1996 年所提出的两种质量多变量诊断理论（Multivariate Diagnostic Theory with Two Kinds of Quality）和在 1998 年提出的相关单因素多变量诊断理论（Multivariate Diagnostic Theory of Correlative Uni-Factor）及其多变量诊断软件 DTTQ 2000，这样才能把所有参数都控制住。故我们必须强调多变量情况下的一个重要事实，即多变量问题不能简单地分解成为若干个一元问题来处理。这样做将会导致错误的结论。

### 5. 对多工序、多指标的生产线进行科学管理需考虑的问题

（1）对于多工序生产线需要应用两种质量诊断理论去诊断上影。

（2）对于多指标生产线需要应用两种质量多变量诊断理论在指标相关的条件下去诊断引起过程异常的指标。

（3）多变量控制图。1947 年美国侯铁林（H. Hotelling）提



出多变量  $T^2$  控制图，在西方国家广泛应用。 $T^2$  分布实质上就是一元  $t$  分布的多变量对应式。我们知道，统计量

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

的分布称为  $t$  分布。若所要检验的假设为  $\mu = \mu_0$ ，则我们有

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

$$\text{于是 } t^2 = \frac{(\bar{X} - \mu_0)^2}{S^2/n} = n(\bar{X} - \mu_0)(S^2)^{-1}(\bar{X} - \mu_0)$$

当上式推广到  $P$  个变量时，成为

$$T^2 = n(\bar{X} - \mu_0)' S^{-1}(\bar{X} - \mu_0)$$

上式中的  $\bar{X}$  和  $\mu_0$  的值如下所示：

$$X = \begin{pmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \vdots \\ \bar{X}_p \end{pmatrix}, \mu_0 = \begin{pmatrix} \mu_{01} \\ \mu_{01} \\ \vdots \\ \mu_{01} \end{pmatrix}$$

$S^{-1}$  为样本协方差矩阵  $S$  的逆矩阵， $n$  为样本量， $\bar{X}_i$  是第  $i$  个分量的  $n$  个样本的均值， $i = 1, 2, \dots, p$ 。

在上式中考虑了总体参数的估计值后，我们有

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X}), (\text{单值数据})$$

或

$$T^2 = n(\bar{X} - \bar{X})' S^{-1} (\bar{X} - \mu_0), (\text{成组数据})$$

式中， $X$  为观测值向量， $\bar{X}$  为观测值均值的方向， $X$  为观测值总均值向量， $S$  为各个（设有  $p$  个）元的协方差矩阵。

这里， $S_{ij}$ ， $i \neq j$ ， $i, j = 1, 2, \dots, p$  表示协方差，故  $T^2$  控制图能够全面地考虑各元之间的相关性， $S^{-1}$  为  $S$  的逆矩阵。

$T^2$  控制图的优点是能够全面地考虑各元之间的相关性，



并能在变量相关的条件下精确地给出第一类错误的概率，但它最大的缺点就是不能诊断，当  $T^2$  控制图显示异常后，它不能告知是哪个或哪些变量引起的异常，而正是在多变量情况才更迫切需要进行诊断。另一方面，两种质量诊断理诊最大的优点则是能够进行诊断，张公绪在 1996 年提出两种质量多变量诊断理诊将上述两种理诊的优点集中，同时又避开了它们的缺点，居世界领先水平。

## 6. 一元控制图和多变量控制图的控制与稳态

(1) 一元控制图的控制与稳态。稳态是指只有偶因（没有异因）造成的变异的状态。在稳态下，分布及其分布参数稳定不变，故国外称之为统计控制状态（state in statistical control）。所谓统计控制状态就是指统计分布参数受到控制，稳定于稳态这个基准。

一元控制图的控制就是以一元稳态为基准对未来进行控制。首先，为了了解过程是否处于稳态，需作分析用控制图。若过程不是稳态，则控制图将显示异常，逐步消除异因，逐步改进质量，最终一定能达到稳态（或我们所要求的状态）。然后，作控制用控制图，进行日常管理。

(2) 多变量控制图的控制与稳态。与此相应地，多变量控制图的控制就是以多变量稳态为基准对未来进行控制。这里，所谓多变量稳态是指所控制多个变量的多变量分布的分布参数受到控制，稳定于多变量稳态这个基准。

与一元情况类似，多变量控制图也可分成：分析用多变量控制图与控制用多变量控制图。若过程不处于稳态，多变量控制图将显示异常，逐步消除异因，逐步改进质量，最终一定能达到多变量稳态（或我们所要求的状态）。然后，作控制用多



变量控制图，进行日常管理。

在一元正态分布情形，均值与方差这两个参数是互相独立的，故控制正态分布就需要对均值与方差分别应用相应的控制图进行控制。类似地，在多变量正态分布的条件下，均值向量与多变量协方差矩阵这两个参数也是互相独立的，故控制多变量正态分布也需要分别应用相应的多变量控制图对均值向量与多变量协方差矩阵进行控制。

如同一元控制图在方差处于稳态的前提下讨论均值的控制问题才有意义一样，多变量  $T^2$  控制图是在假定多变量协方差矩阵的诊断理论问题尚未解决的情况下提出的，故至今尚无多变量诊断的软件。1998 年 2 月，张公绪教授的博士生解决了多变量协方差矩阵的诊断理论这一问题，1998 年 5 月，张公绪教授又提出了相关单因素多变量诊断理论，完善了解决这一问题的方法。

## 7. 一元控制图与多变量控制图的判异

一元控制图的判异很简单，最基本的一条是：点出界就判异。多变量控制图的判异则复杂得多，必须从整个系统看问题。例如，设变量： $x_1, x_2, \dots, x_p$  构成一个系统，对此系统可应用多变量控制图，例如  $T^2$  控制图，进行控制。其参数为：

- (1)  $\mu_i, i=1, 2, \dots, p。$
- (2)  $\sigma_i, i=1, 2, \dots, p。$
- (3)  $S_{ij}, i \neq j, i, j=1, 2, \dots, p。$

若所有上述参数全部异常，则系统当然异常，但若在上述参数中只有部分参数异常，其余正常，则如何判异？因此，与一元控制图的判异不同，多变量控制图的判异必须从整个系统出发，应用一个综合评价指标对整个系统进行总评价。 $T^2$  控



制图的统计量  $T^2$  值就是一个评价整个系统的科学的总评价值。

### 8. $T^2$ 值表达式分析

(1)  $(X - \bar{X})$  反映了变量取值的波动。

(2)  $(X - \bar{X})$  前后各乘一次，故  $T^2$  值为二次型，又由于协方差矩阵  $S$  是正定的，所以  $T^2$  值非负，故  $T^2$  控制图只有上控界，而以零为自然下界。

(3) 协方差矩阵  $S$  考虑了变量间的相关性。

(4) 由于多指标系统的指标通常都是随机波动的，所以一个综合评价指标的科学性决定于它能否反映客观的统计规律。根据侯铁林的研究如下：

$$T^2 \sim \frac{P(n-1)}{n-1} F(p, n-p)$$

在上式中， $F(p, n-p)$  表示  $F$  分布，其中  $p, n-p$  为  $F$  分布的自由度。上式说明  $T^2$  值服从  $F$  分布，故  $T^2$  控制图的统计量  $T^2$  值就是一个评价整个系统的科学的总评价指标。

在上述  $F$  分布中，若规定显著性水平  $\alpha$ ，则可由  $\alpha$  分位点求出  $T^2$  控制图的上控制界  $UCL_T$ 。这里， $T^2$  控制图的下控制界不存在，而以 0 为  $T^2$  控制图的自然下界。由于  $F$  分布是从原点开始的左偏偏态分布，右侧有一条渐进趋于零的长尾，如图 9-1 所示，故其均值位于  $F$  分布最高点的右侧而靠近最高点处。

因此，在稳态下， $T^2$  控制图中的描点应在位于  $T^2$  控制图下侧的中心线上下波动，点子的波动越接近  $UCL_T$  表明系统的稳定性越差，如图 9-2 所示。



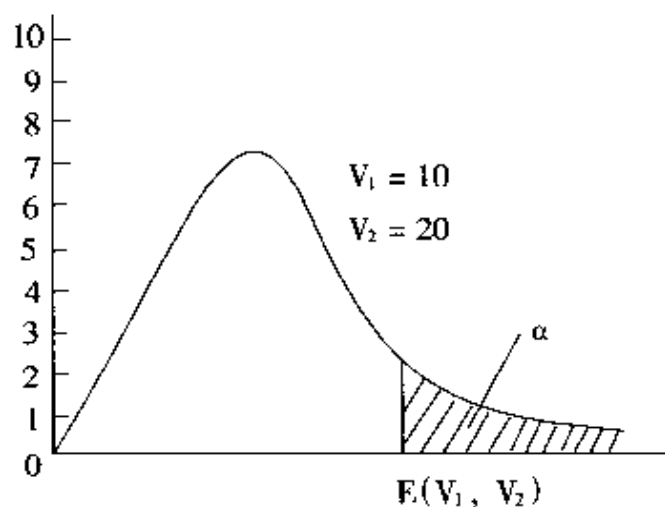


图 9-1

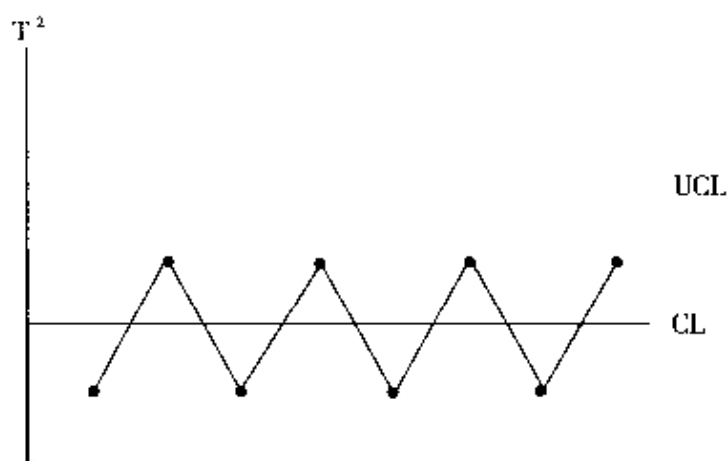


图 9-2

$T^2$  控制图上显示异常，可以是指变量均值的异常变化，也可以是指变量间相关关系的异常变化，或者二者兼而有之。

$T^2$  控制图的判异准则只有点出界就判异这一条。由于多变量情况十分复杂，故至今尚未研究出来有关  $T^2$  控制图的界内点排列不随机判异的准则。





## ● 多变量控制图

多变量控制图是对二个或多个响应变量进行控制, MINITAB 软件有四类多变量控制图。从 MINITAB14 多变量控制图入口可进行分析。

### 1. $T^2$ 控制图和广义方差控制图

$T^2$  控制图和广义方差控制图是对多变量  $T^2$  和广义方差进行分析的控制图。 $T^2$  控制图和广义方差控制图如同  $\bar{X}-R$ 、 $\bar{X}-S$ 、 $I-MR$  控制图一样可以评估过程的均值和变差。

例 1: 一个医院经理想了解医院的服务情况, 病人的满意度与住院时间有关。医院经理在 1 月份作了一次调查, 每天随机问 5 个退房病人并作记录, 用  $T^2$  控制图监控病人的满意度 (1~7 级评估) 与病人的住院时间, 用广义方差控制图监控病人的满意度和住院时间的均值与变差。调查结果如表 9-1 所示:

表 9-1

	C1 - D	C2	C3
序 号	离院时间	住院天数	满意度
1	1/01/01	1	7.0
2	1/01/01	2	6.5
3	1/01/01	4	6.0
4	1/01/01	6	7.0
5	1/01/01	4	7.0

续上表

	C1 - D	C2	C3
序 号	离院时间	住院天数	满意度
6	1/02/01	2	7.0
7	1/02/01	2	7.0
8	1/02/01	4	6.2
9	1/02/01	1	6.0
10	1/02/01	1	5.2
11	1/03/01	5	7.0
12	1/03/01	2	5.4
13	1/03/01	5	7.0
14	1/03/01	3	7.0
15	1/03/01	2	1.4
16	1/04/01	4	6.0
17	1/04/01	4	6.2
18	1/04/01	4	3.5
19	1/04/01	2	4.5
20	1/04/01	2	3.0
21	1/04/01	3	4.2
22	1/04/01	3	6.5
23	1/04/01	2	2.2
24	1/02/01	4	5.5
25	1/02/01	3	6.0
26	1/02/01	3	5.8

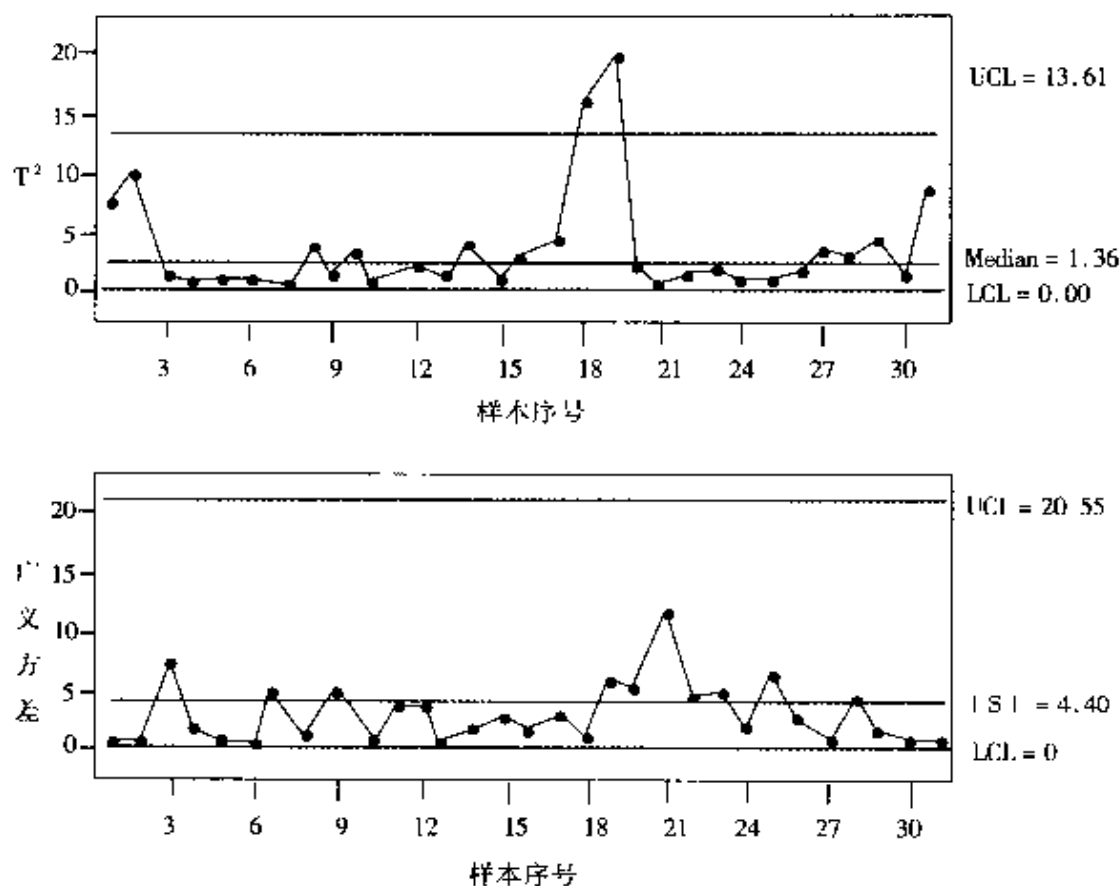


图 9-3 住院天数和满意度的  $T^2$  控制图和广义方差图

从图 9-3 可知，在 1 月 18、19 号两天  $T^2$  超出控制规格，病人住院的天数和满意度都不太理想，因此医院的经理要查找这两天医院的服务是否出了问题。

从广义方差图来看，这一个月病人住院的时间和满意度还是比较稳定，没有超出控制规格。

## 2. $T^2$ 控制图

$T^2$  控制图是对多变量进行控制的，如单值  $\bar{x}$  图一样， $T^2$  控制图可以评估多个变量是否在控制规格内。如包装袋的注塑

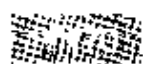
质量与重量、温度和多元脂含量的百分比有关。

在使用  $T^2$  多变量控制图之前，一定要确定变量之间是否存在相关关系，如果变量是独立的，就不必要使用多变量控制图。

例 2：某种包装的注塑质量与塑胶重量、注塑温度和多元脂含量有关，已知塑胶重量和注塑温度具有相关性。用  $T^2$  控制图监控注塑质量。收集的数据如表 9-2 所示。

表 9-2

	C1	C2	C3	C4
序号	重量	注塑温度	多元脂含量	性能
1	15	300	1	180
2	14	300	1	175
3	13	300	1	163
4	12	300	1	145
5	21	350	2	123
6	22	350	2	185
7	23	350	2	186
8	24	350	2	190
9	31	280	3	156
10	32	280	3	145
11	33	280	3	123
12	35	280	3	138



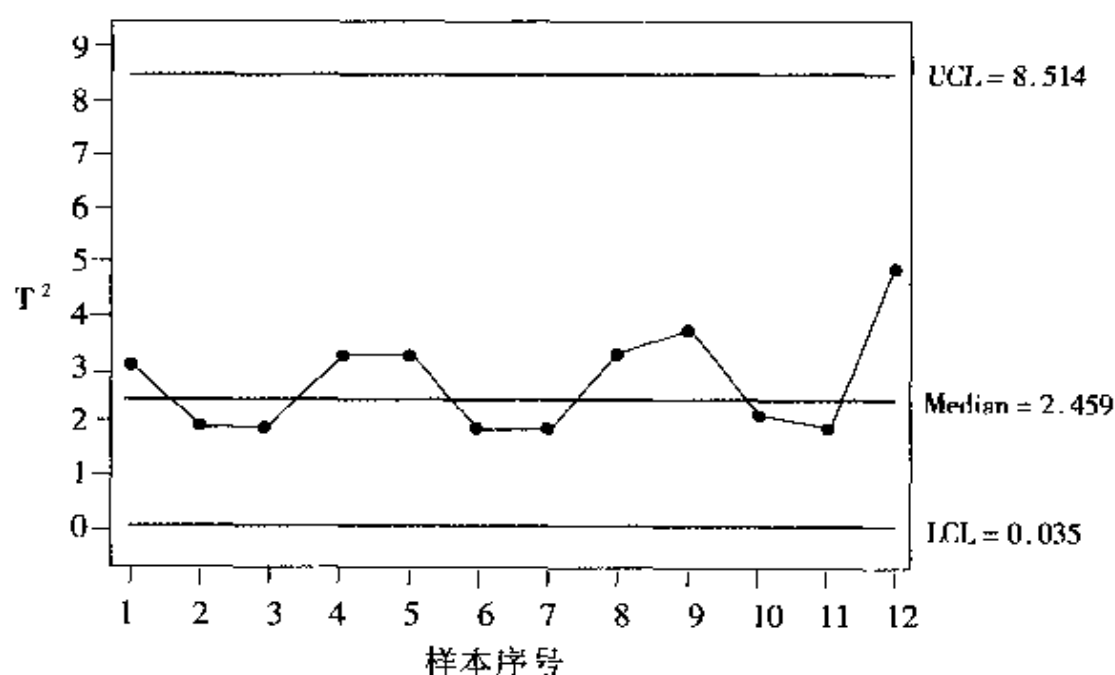


图 9-4 塑胶重量与注塑温度的  $T^2$  控制图

从图 9-4 可知, 注塑质量在控制规定内

$$UCL_{T^2} = 8.514$$

$$CI_{T^2} = 2.459$$

$$LCL_{T^2} = 0.035$$

### 3. 广义方差控制图

广义方差控制图是一种多变量方差控制图, 可以同时监控两个或两个以上变量的方差。如临床试验一种新药, 可以监控心跳和血压来确定新药的安全性。

样本子组可以  $n=1$  或  $n>1$ , 但 MINITAB 更适应  $n=1$  子组样本分析。

例 3: 某制药厂研制了一种心脏新药品, 经医药局批准试



用后,药厂须要每星期监控 5 位用药病人三个月,而用药后病人的心跳、血压(舒张压、收缩压)和体重都有变化,药厂用广义方差控制图监控用药病人的血压和体重是否在控制范围内,测得的血压和体重数据如表 9-3 所示:

表 9-3

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
序号	周	病人代号	心率	收缩压	舒张压	体重
1	1	1	155	100	60	125
2	1	2	170	120	82	162
3	1	3	160	132	71	139
4	1	4	162	139	70	150
5	1	5	163	110	80	146
6	2	1	157	110	59	124
7	2	2	171	122	81	163
8	2	3	162	133	73	139
9	2	4	165	140	72	152
10	2	5	161	112	81	147
11	3	1	153	110	63	123
12	3	2	169	120	86	161
13	3	3	161	133	79	141
14	3	4	160	140	72	153
15	3	5	159	118	82	149
16	4	1	157	109	60	126
17	4	2	171	126	81	163
18	4	3	162	135	72	147
19	4	4	163	135	70	151

续上表

	C1	C2	C3	C4	C5	C6
序号	周	病人代号	心率	收缩压	舒张压	体重
20	4	5	164	108	72	147
21	5	1	156	108	70	126
22	5	2	172	113	80	162
23	5	3	162	130	70	141
24	5	4	162	142	76	150
25	5	5	164	110	83	146

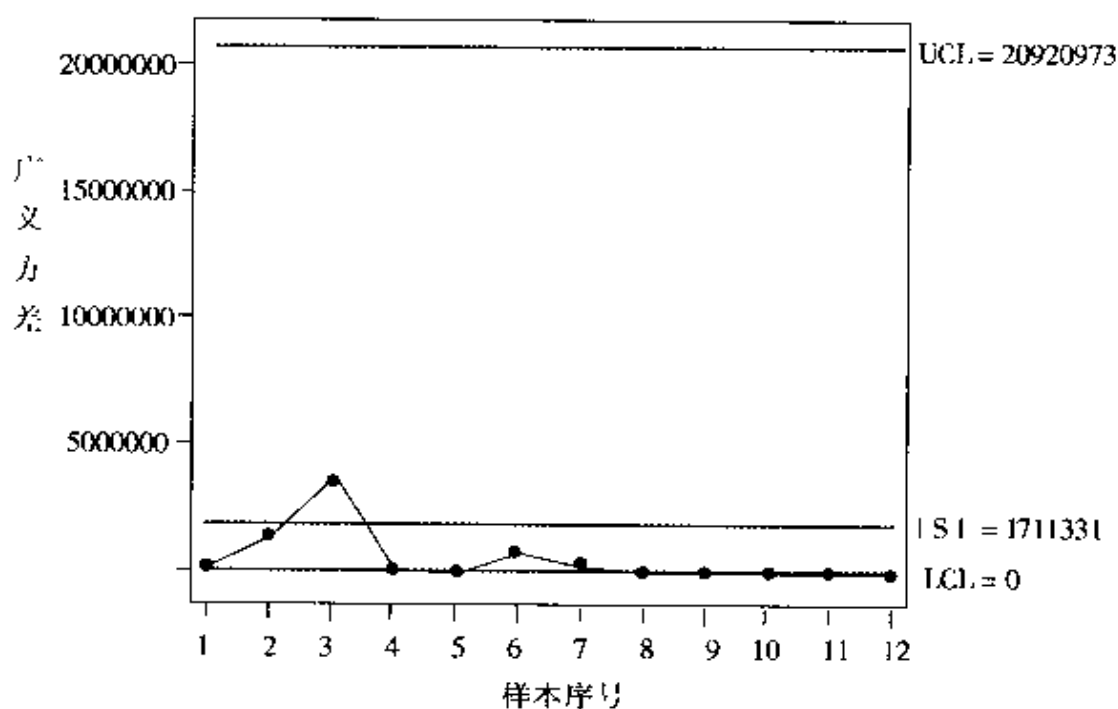


图9-5 心跳、血压和体重的广义方差控制图

从图 9-5 可知：广义方差的控制限为

$$UCL_s = 20\ 920\ 973$$

$$CL_s = 1\ 711\ 331$$

$$LCL_s = 0$$

从广义方差控制图可知，血压和体重的广义方差都在控制规格之内，因此，新药使用是安全的。

#### 4. 多变量指数加权滑动平均（EWMA）控制图

多变量 EWMA 控制图是对两个或多个变量的指数加权滑动平均进行控制。

样本大小可以不相等，但要进行评估。

例 4：某玩具厂为了控制玩具的重量和长度两个变量，一个品质经理每天收集 4 个样品连续监控了 20 天，因玩具的重量和长度的变化有相关关系，每一个变量的微小变化都会影响玩具的质量，收集的数据如表 9-4 所示：

表 9-4

	C1	C2	C3
样品个数	天数	重量	长度
1	1	10.10	2.54
2	1	10.15	2.56
3	1	10.11	2.55
4	1	10.12	2.55
5	2	10.12	2.54
6	2	10.14	2.57
7	2	10.08	2.50



续上表

样品个数	C1 天数	C2 重量	C3 长度
8	2	10.10	2.53
9	3	10.09	2.50
10	3	1.015	2.56
11	3	10.14	2.55
12	3	10.11	2.53
13	4	10.07	2.49
14	4	10.13	2.53
15	4	10.12	2.52
16	4	10.11	2.52
17	5	10.08	2.49
18	5	10.13	2.54
19	5	10.12	2.55
20	5	10.14	2.54
21	6	10.09	2.52
22	6	10.16	2.57
23	6	10.12	2.55
24	6	10.11	2.54
25	7	10.10	2.53



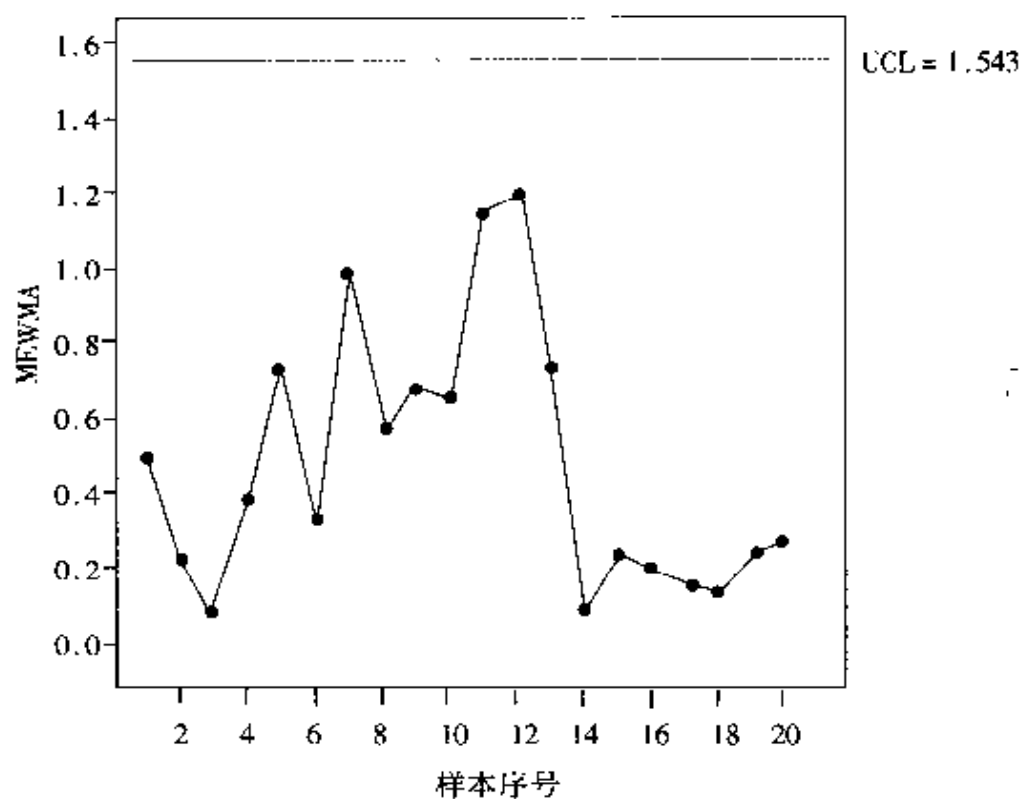
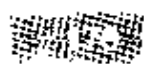
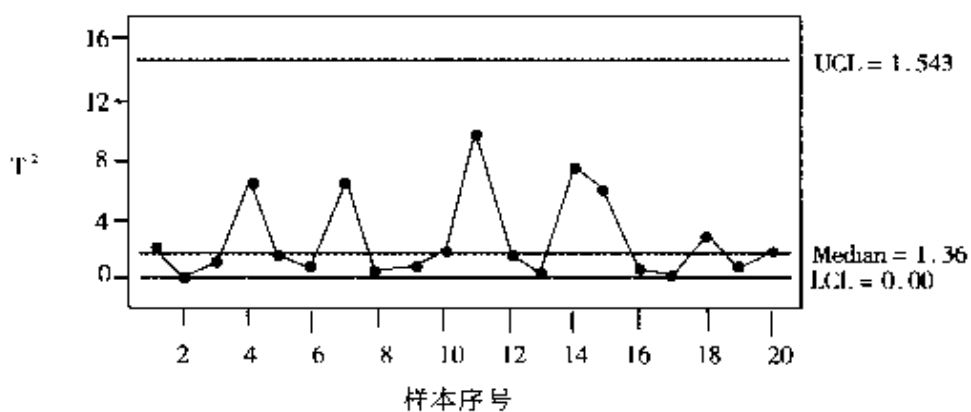
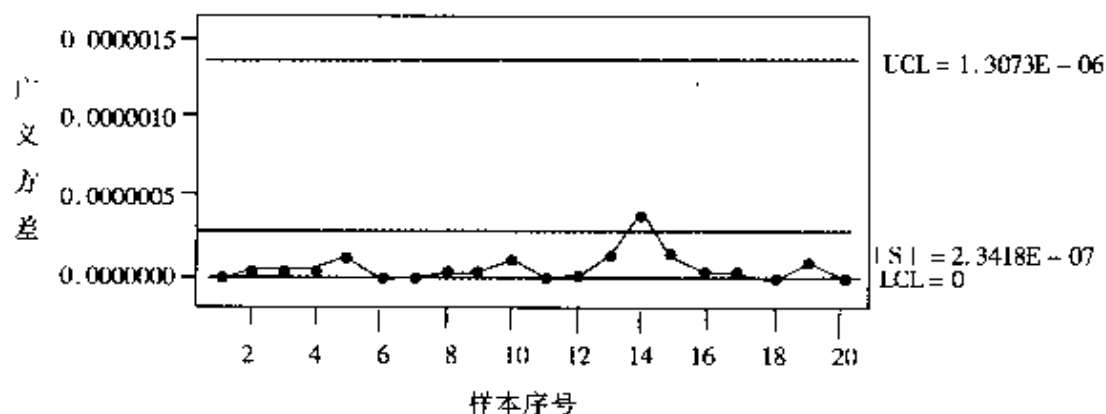


图 9-6 长度和重量的多变量指数加权滑动平均控制图



图 9-7 长度和重量的  $T^2$  控制图和广义方差图

试进行多变量 EWMA 控制。

从图 9-6、9-7 可知, EWMA 控制图中的  $UCL_{EWMA} = 1.543$  所有点没有超出控制界限, 因此玩具的制造过程是受控的。

同时, 我们也可以用  $T^2$  控制图和广义方差控制图进行检验, 玩具的重量和长度的  $T^2$ 。控制限为:

$$UCL_{T^2} = 14.31$$

$$CL_{T^2} = 1.36$$

$$LCL_{T^2} = 0$$

广义方差控制限为:

$$UCL_S = 1.307\ 3E - 06$$

$$CL_S = 2.341\ 8E - 07$$

$$LCL_S = 0$$

都在控制规格内, 因此玩具的制造过程都是受控的。





# 第十章

## 其他控制图

- ◆ 偏差控制图
- ◆ 标准化控制图
- ◆ 三相控制图
- ◆ 标准值给定的控制图

## ● 偏差控制图

现实生产中存在一些小批量、多规格的产品，如果根据常规控制图的思想，则必须根据不同规格分别绘制控制图，且要求对每种规格的产品均收集 20 ~ 30 组样本，这几乎是不可能的。在这种情况下，可以使用偏差控制图（difference charts）。偏差控制图可以在同一张图上控制同类但不同规格的产品，它的基础是将观测值减去目标值后的数据进行处理。

绘制偏差控制图，一般要求：

- (1) 子组大小一致。
- (2) 控制限的计算要求 20 个子组。
- (3) 同种类型的测量。

如果产品的平均极差比较大，这时应使用后面介绍的标准化控制图。

例：车床加工三种规格的零件，分别记为 a、b、c。现一次抽三个零件分别测量其长度，共测得 20 组。表 10-1 给出了 20 组数据及相应计算。

表 10-1 偏差控制图数据及其计算

序号	零件	M	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1 - M$	$X_2 - M$	$X_3 - M$	$\bar{X}$	R
1	a	3.25	4.790	2.044	2.232	1.540	-1.206	-1.018	-0.228	2.746
2	a	3.25	0.942	3.733	2.367	-2.308	0.483	-0.883	-0.903	2.791
3	a	3.25	4.281	2.568	4.223	1.031	-0.682	0.973	0.441	1.714
4	a	3.25	2.911	3.982	4.170	-0.339	0.732	0.920	0.438	1.260
5	b	5.5	5.256	6.025	3.420	-0.244	0.525	-2.080	-0.600	2.605

续上表

序号	零件	M	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1 - M$	$X_2 - M$	$X_3 - M$	$\bar{X}$	R
6	b	5.5	6.192	4.894	4.948	0.692	-0.606	-0.552	-0.156	1.298
7	b	5.5	6.474	4.708	6.455	0.974	-0.792	0.955	0.379	1.766
8	b	5.5	6.284	6.179	4.618	0.784	0.679	-0.882	0.194	1.666
9	b	5.5	5.192	3.752	5.690	-0.308	-1.748	0.190	-0.622	1.937
10	b	5.5	5.272	3.285	4.610	-0.228	-2.215	-0.890	-1.111	1.987
11	b	5.5	6.188	4.605	5.694	0.688	-0.895	0.194	-0.004	1.583
12	b	5.5	6.592	4.259	5.680	1.092	-1.241	0.180	0.011	2.333
13	c	7.75	7.189	8.698	7.017	-0.561	0.948	-0.733	-0.115	1.681
14	c	7.75	8.266	7.831	8.094	0.516	0.081	0.344	0.313	0.435
15	c	7.75	7.123	8.374	6.430	-0.627	0.624	-1.321	-0.441	1.945
16	c	7.75	8.164	8.184	6.836	0.414	0.434	-0.914	-0.022	1.348
17	c	7.75	7.478	6.694	8.223	-0.272	-1.056	0.473	-0.285	1.529
18	c	7.75	6.752	7.715	8.568	-0.998	-0.035	0.818	-0.072	1.816
19	c	7.75	9.960	6.977	5.676	2.210	-0.773	-2.074	-0.212	4.284
20	c	7.75	8.093	7.458	9.081	0.343	-0.292	1.331	0.461	1.624

其中  $M$  为零件的目标值； $X_1$ 、 $X_2$ 、 $X_3$  为抽得的零件的长度； $\bar{X}$ 、 $R$  分别为偏差  $X_1 - M$ 、 $X_2 - M$ 、 $X_3 - M$  的均值与极差。

偏差控制图实际上是将所有来自不同规格产品的数据减去目标值后，绘制相应的常规控制图。这里，由于  $n=3$ ，可选用  $\bar{X}-R$  控制图。

由于  $\bar{\bar{X}} = -0.1267$ ， $\bar{R} = 1.918$ ，可得  $R$  图与  $\bar{X}$  图的控制限为：

$$UCL_R = D_4 \bar{R} = 2.55 \times 1.918 = 4.891$$

$$CL_R = \bar{R} = 1.918$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R} = 0$$



$$UCI_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} = -0.1267 + 1.02 \times 1.918 = 1.83$$

$$CI_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = -0.1267$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} = -0.1267 - 1.02 \times 1.918 = -2.083$$

## ● 标准化控制图

如果不同规格的产品变化很大，则上述的偏差控制图不再适用，此时应使用标准化控制图（Z chart）。标准化控制图可以在同一张图上控制小批量、多规格下偏差较大的产品，它的基础是将所有观测值标准化后再进行处理。使用标准化控制图的另一个好处在于上下控制限固定于  $\pm 3$ ，而不需要每次重新调整。

标准化控制图适用于计数或计量数据，这里，仅用例子介绍  $\bar{X} - MR$  图。

如果每种规格下均值与标准差能够通过历史数据获得，则过程的标准化数据只要将样本均值减去均值，再除以标准差即可。

如果需要通过样本数据获得均值与标准差的估计时，我们常采用以下四种计算方法：

(1) 对不同规格的产品分别计算样本平均作为均值的估计；对所有规格的产品计算样本标准差作为标准差的估计（当所有不同规格的产品具有相同变差时）。

(2) 对不同规格的产品分别计算样本平均作为均值的估计；对相同规格产品的所有批次计算样本标准差作为该规格下标准差的估计（当相同规格产品的不同批次具有相同变差时）。

(3) 对不同规格的产品分别计算样本平均作为均值的估计值；对相同规格产品的所有批次计算样本标准差作为该规格下





标准差的估计（当不能断定同一规格产品的不同批次是否具有相同变差时）。

（4）将所有数据进行自然对数变换，对变换后的数据计算样本平均与样本标准差（当波动随产品的规格增大而增大时）。

例：某食品包装有 A、B、C 三个等级。表 10-2 给出了不同等级的包装重量。可以看出生产线属于小批量、多规格。

表 10-2 偏差控制图数据及其计算

序号	等级	厚度	序号	等级	厚度
1	B	509	11	B	490
2	B	508	12	B	495
3	B	506	13	A	496
4	B	507	14	A	497
5	A	495	15	A	500
6	A	496	16	A	503
7	A	500	17	C	514
8	A	502	18	C	489
9	B	498	19	C	490
10	B	509	20	C	513

如果每种规格下的均值与标准差无法从历史数据获得，则我们可以利用 MINITAB 作 Z/MR 控制图。

## 包装重量的 Z/MR 控制图

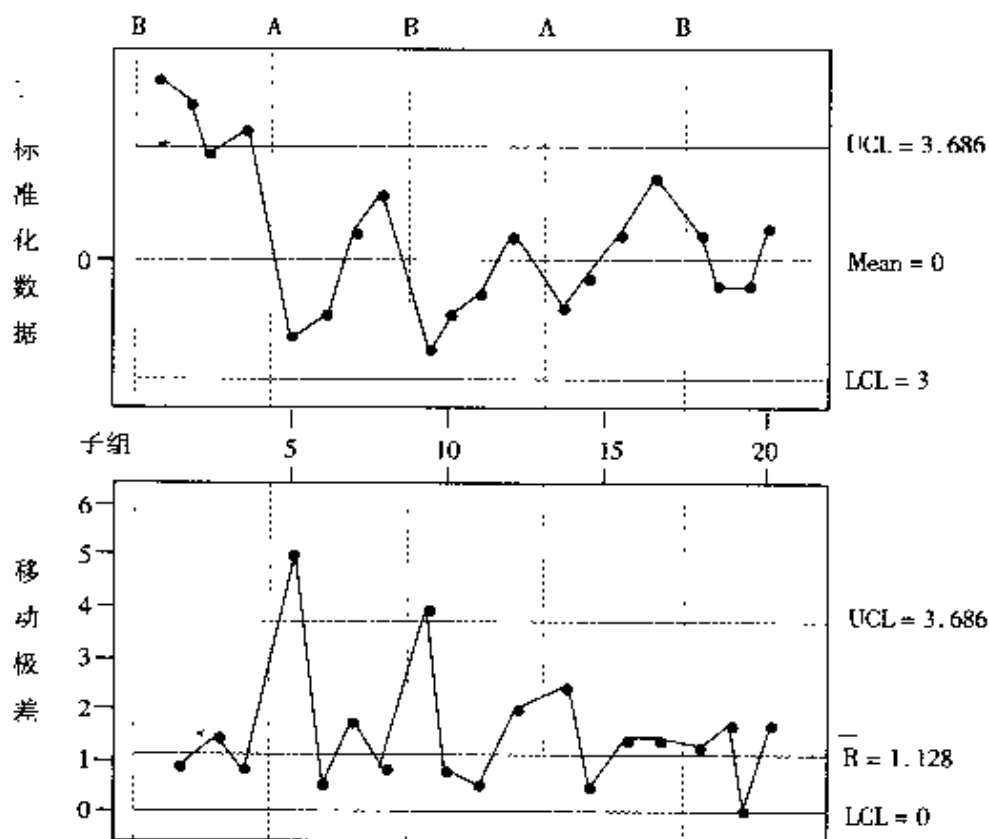


图 10-1

从上图可知：

标准化数据的控制限为： $UCL_{\bar{x}} = 3$ ， $CL_{\bar{x}} = 0$ ， $LCL_{\bar{x}} = -3$ 。

有三点超出控制限。

从移动极差的控制限可知： $UCL_{MR} = 3.686$ ， $\bar{R} = 1.128$  也有两点超控制限，故过程需要改善。



# 全国迷你型MBA职业经理双证班

- 学习方式：全国招生 函授学习 权威双证 国际互认
- 认证项目：注册职业经理、人力资源总监、品质经理、生产经理、营销策划师、物流经理、项目经理、企业管理咨询师、企业总经理、营销经理、财务总监、酒店经理、企业培训师、采购经理、IE工业工程师、医院管理、行政总监、市场总监等高级资格认证。
- 颁发双证：高级注册 经理资格证+MBA研修证+人才测评证+全套学籍档案
- 收费标准：仅收取**1280元** 招生网址：[www.mhjy.net](http://www.mhjy.net)  
报名电话：**13684609885 0451—88342620**  
咨询邮箱：[xchy007@163.com](mailto:xchy007@163.com) 咨询教师：王海涛
- 学校地址：哈尔滨市道外区南马路**120**号职工大学（美华教育）



美华论坛  
[www.mhjy.net](http://www.mhjy.net)

- 颁证单位：中国经济管理大学  
• 主办单位：美华管理人才学校

全国职业经理MBA双证班

精品课程 火热招生

函授学习 权威双证 全国招生 请速充电



- 近千本**MBA**职业经理教程免费下载
- -----请速登陆: [www.mhjy.net](http://www.mhjy.net)

## ● 三相控制图

我们在收集数据时，有时除随机误差外，还有其他原因引起数据间的较大波动，如在测量不均匀的零件时，不同位置会得到不同的测量结果。这时，过程的波动必须区分为两类：零件内的波动与零件间的波动。如果将过程偏差仅仅考虑为随机误差，则会直接导致控制界限太宽，使大量点集中于中心线附近，而不能探测出过程的异常。三相（three-way）控制图能很好解决这个问题，它采用三个图来评价过程的波动。

三相控制图的前两张图为一般意义上的子组均值的  $\bar{X}$ -MR 图，这两张图联合跟踪过程的位置与过程的波动。第三张图为原始数据的 R 图，该图用于跟踪子组内的波动。

三张图的联合使用提供了一种评价过程位置、子组间波动、子组内波动的方法。

例：某 SPC 项目组对某加工过程所收集的数据如下，试作三相控制图。

表 10-3

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$\bar{X}$	MR	R
46	48	53	49	52	49.6		7
47	51	49	50	53	50.0	0.4	6
48	52	50	47	53	50.0	0.0	6
51	53	47	48	49	49.6	-0.4	6
52	49	48	52	50	50.2	0.6	4
53	50	52	53	47	51.0	0.8	6



续上表

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$\bar{X}$	MR	R
49	47	53	53	48	50.0	-1.0	6
50	48	54	49	52	50.6	0.6	6
47	52	55	50	53	51.4	0.8	8
48	53	49	53	53	51.2	-0.2	5
52	53	52	54	53	52.8	1.6	2
53	49	53	55	49	51.8	-1.0	6
54	50	53	49	50	51.2	-0.6	5
55	47	49	52	47	50.0	-1.2	8
49	48	50	53	48	49.6	-0.4	5
48	52	47	53	52	50.4	0.8	6
47	53	48	49	53	50.0	-0.4	6
46	54	52	50	54	51.2	1.2	8
45	55	53	47	55	51.0	-0.2	10
51	49	46	43	47	47.2	-3.8	8
52	46	48	46	48	48.0	0.8	6
53	47	49	47	53	49.8	1.8	6
54	48	54	53	52	52.2	2.4	6
55	52	53	50	51	52.2	0.0	5
50	53	46	54	42	49.0	-3.2	12



某加工过程的三相控制图

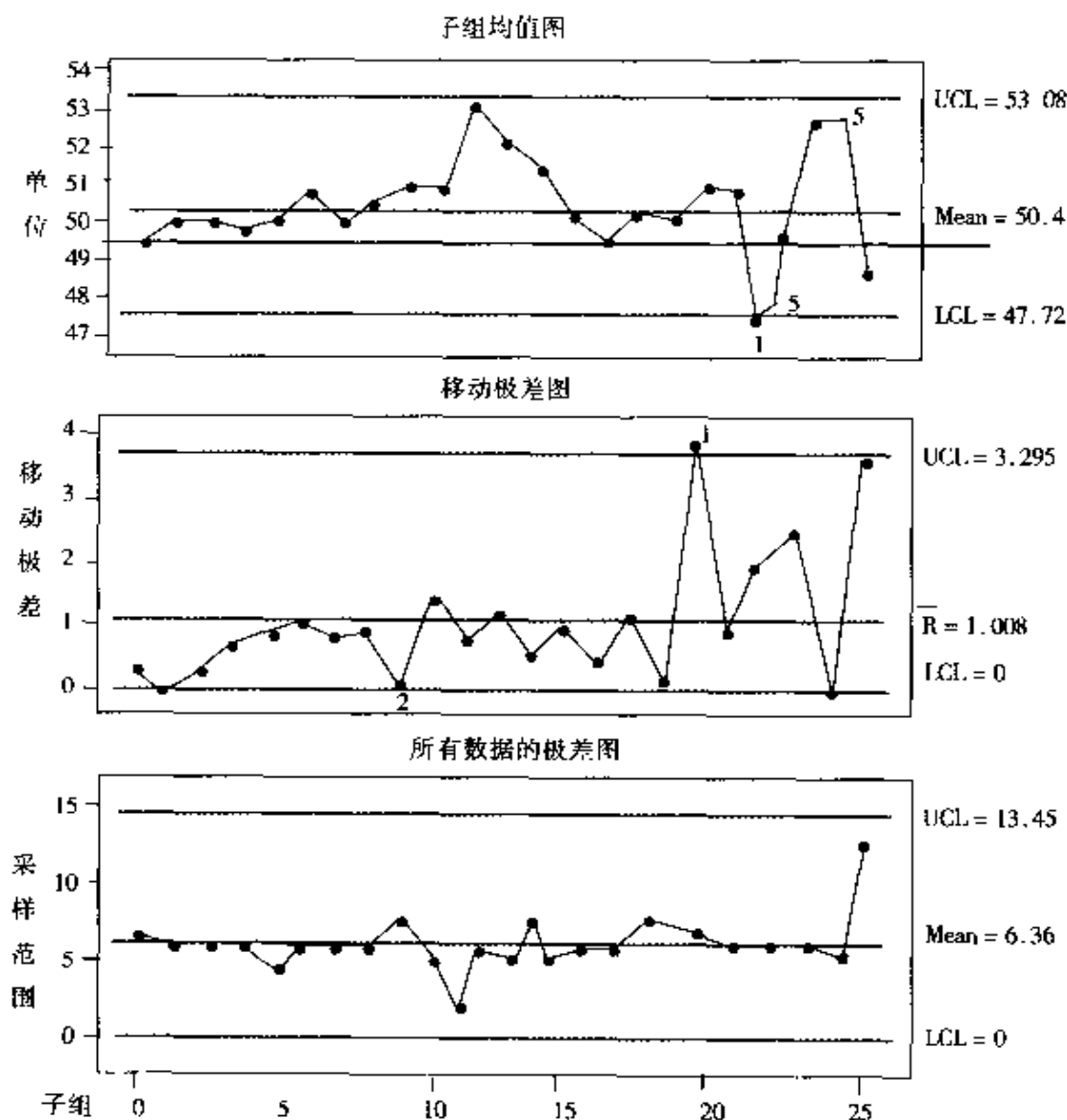


图 10-2

由上图可知单值图控制限为

$$UCL_x = 53.08$$

$$CI_x = 50.4$$

$$LCL_x = 47.72$$

移动极差控制图为：

$$UCL_{MR} = 3.295$$

$$CL_{MR} = 1.008$$

$$LCL_{MR} = 0$$

极差控制图为：

$$UCL_R = 13.45$$

$$CL_R = 6.36$$

$$LCL_R = 0$$

从上图可知有一点超控制规格，要寻找失控的原因并进行改善。

## ④标准值给定的控制图

常规控制图按标准值是否给定又可分为两类。

(1) 标准值未给定的控制图。前面讲的八种控制图都属于这个类型。它们共同的特点是：中心线与上、下控制限都是根据现场数据算出的。譬如由过程平均  $\bar{X}$ ，平均极差  $\bar{R}$  和平均（样本）标准差  $S$  算出  $\bar{X}-R$  和  $\bar{X}-S$  图的中心线和上、下控制限。

(2) 标准值给定的控制图。它的中心线和上、下控制限是通过给定过程参数的标准值而算出的。

### 1. 什么是标准值

这里的标准值是对一些过程基本参数给出的目标值或一些规定的要求。下面几个例子可帮助我们理解这一点。

例 1：计量控制图的制定涉及到正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ ，若能





对其中正态均值  $\mu$  和正态标准差  $\sigma$  设法给定, 譬如根据历史数据和实际要求, 给出  $\mu_0$  与  $\sigma_0$ , 则  $\mu_0$ 、 $\sigma_0$  就是标准值。由此用  $3\sigma$  原则就可算出  $\bar{X}$  图、 $R$  图、 $S$  图的中心线和上、下控制限。

$\bar{X}$  图:  $CL_{\bar{X}} = \mu_0$

$$UCL_{\bar{X}} = \mu_0 + \frac{3\sigma_0}{\sqrt{n}} = \mu_0 + A\sigma_0, \text{ 其中 } A = \frac{3}{\sqrt{n}}$$

$$LCL_{\bar{X}} = \mu_0 - A\sigma_0$$

计算用到关系式  $\sigma_{\bar{X}} = \sigma_0/\sqrt{n}$ 。

$R$  图:  $CL_R = d_2\sigma_0$

$$UCL_R = R + 3\sigma_R = d_2\sigma_0 + 3d_3\sigma_0 = D_2\sigma_0,$$

$$\text{其中 } D_2 = d_2 + 3d_3$$

$$LCL_R = R - 3\sigma_R = d_2\sigma_0 - 3d_3\sigma_0 = D_1\sigma_0,$$

$$\text{其中 } D_1 = d_2 - 3d_3$$

计算中用到关系式  $\sigma_0 = R/d_2$  和  $\sigma_0 = R/d_3$ 。

其中  $d_2$ ,  $d_3$  可在表 10-4 中查得。

$S$  图:  $CL_S = c_4\sigma_0$

$$UCL_S = S + 3\sigma_S = c_4\sigma_0 + 3c_5\sigma_0 = B_6\sigma_0, \text{ 其中 } B_6 = c_4 + 3c_5$$

$$LCL_S = S - 3\sigma_S = c_4\sigma_0 - 3c_5\sigma_0 = B_5\sigma_0, \text{ 其中 } B_5 = c_4 - 3c_5$$

计算中用到关系式  $\sigma_S = S/c_4$  和  $\sigma_S = S/c_5$ 。其中  $c_4$ ,  $c_5$  也可在表 10-4 中查得。

从这个例子可以看出, 所谓“标准值给定的控制图”就是总体分布已知为  $N(\mu_0, \sigma_0^2)$  时的控制图, 所以它又称“总体给定的控制图”。还可看出, “标准值给定的控制图”就是“附加条件的控制图”。其附加条件就是已知正态均值为  $\mu_0$  和标准差为  $\sigma_0$ 。这些附加条件意味着人们对该过程已掌握较多信息和深入了解。所以对新的过程来说, 开始不宜采用“标准值给定的控制图”, 而应采用“标准值未给定的控制图”, 待使用一段



时间后, 积累了经验和数据, 足以定出  $\mu_0$  与  $\sigma_0$ , 这时才改用“标准值给定的控制图”。

表 10-4 有关正态分布的一些参数值表

n	$d_2$	$d_3$	$c_4$	$c_5$
2	1.128	0.583	0.798	0.603
3	1.693	0.888	0.886	0.463
4	2.059	0.880	0.921	0.389
5	2.326	0.864	0.940	0.341
6	2.534	0.848	0.952	0.308
7	2.704	0.833	0.959	0.282
8	2.847	0.820	0.965	0.262
9	2.970	0.808	0.969	0.246
10	3.078	0.797	0.973	0.232
11	3.173	0.778	0.975	0.221
12	3.258	0.770	0.978	0.211
13	3.336	0.763	0.979	0.202
14	3.407	3.407	0.981	0.194
15	3.472	3.472	0.982	0.187
16	3.532	3.532	0.984	0.181
17	3.588	3.588	0.985	0.175
18	3.640	3.640	0.985	0.170
19	3.689	3.689	0.986	0.166
20	3.735	3.735	0.987	0.161

例 2: 计量控制图的制定中, 有时在样本量固定为  $n_0$  的情况下, 人们更容易给定样本极差  $R_0$  或样本标准差  $S_0$ 。这时  $R_0$

与  $S_0$  也称为标准值。相应的 R 图与 S 图可用两种方法获得。

(1) 用公式  $\sigma_0 = R_0/d_2$  或  $\sigma_0 = S_0/c_4$  把给定的  $R_0$  或  $S_0$  转化到给定  $\sigma_0$  的场合。然后用例 1 中的公式计算各自中心线和控制限。这种控制限对任意样本量  $n$  都可使用, 与  $\sigma_0$  无关。

(2) 直接用  $R_0$  或  $S_0$  构造中心线与控制限。具体如下:

R 图:  $CL_R = R_0$ ,  $UCL_R = D_4 R_0$ ,  $LCL_R = D_3 R_0$

S 图:  $CL_S = S_0$ ,  $UCL_S = B_4 S_0$ ,  $LCL_S = B_3 S_0$

因为有如下联系:

$$D_2 = D_4/d_2, \quad D_1 = D_3/d_2$$

$$B_4 = B_6/c_4, \quad B_3 = B_5/c_4$$

所以, 这两种方式得到的控制限是相同的。其差别表现在: 第 (1) 种方式只能对已固定的样本量  $n_0$  才可使用, 而第 (2) 种方式对任意样本量  $n$  都适用。

例 3: 单值—移动极差控制图 ( $\bar{X}-MR$  图) 的制定也可使用标准值。正态均值  $\mu$  可用单值  $X_0$ 、 $\mu$ 、 $\sigma_0$ 、 $R_0$ , 都称为标准值。相应的中心线和控制限为:

X 图:  $CL_X = X_0$  或  $\mu$

$$UCL_X = X_0 + 3\sigma_0$$

$$LCL_X = X_0 - 3\sigma_0$$

MR 图:  $CL_{MR} = d_2\sigma_0$  或  $R_0$

$$UCL_{MR} = D_2\sigma_0 \text{ 或 } D_4R_0$$

$$LCL_{MR} = D_1\sigma_0 \text{ 或 } D_3R_0$$

## 2. 标准值给定的控制图

前面三个例子把标准值的计量控制图都说清楚了。对计数控制图场合, 若给定  $P_0$ 、 $nP_0$ 、 $c_0$  和  $\mu_0$  可分别得到另外四张标

准值给定的计数控制图。我们把这些图都罗列在表 10-5 中。

其中  $P_0$ 、 $nP_0$ 、 $c_0$ 、 $\mu_0$  为给定的标准值，它们的含义如下：

$P_0$ ——不合格品率；

$nP_0$ ——对应样本量  $n$  的不合格品数；

$c_0$  平均缺陷数/每个样本（样本量  $n$  固定）

$\mu_0$ ——平均缺陷数/单位产品。

表 10-5 标准值给定的常规控制图

符号	CL	$3\sigma$ 控制限	标准值	备注
$\bar{X}$	$\mu_0$	$\mu_0 \pm A\sigma_0$	$\mu_0, \sigma_0$	样本量相等下使用
R	$R_0$ 或 $d_2\sigma_0$	$D_2\sigma_0, D_1\sigma_0$	$R_0$ 或 $\sigma_0$	样本量相等下使用
S	$S_0$ 或 $c_4\sigma_0$	$B_6\sigma_0, B_5\sigma_0$	$s_0$ 或 $\sigma_0$	样本量相等下使用
X	$X_0$ 或 $\mu$	$X_0 \pm 3\sigma$	$X_0$ 或 $\mu_0, \sigma_0$	样本量 $n=1$ 下使用
MR	$R_0$ 或 $d_2\sigma_0$	$D_4\sigma_0, D_3\sigma_0$	$R_0, \sigma_0$	样本量 $n=1$ 下使用
P	$P_0$	$P_0 \pm 3 \sqrt{P_0(1-P_0)/n}$	$P_0$	样本量相等与不等均可用
nP	$nP_0$	$nP_0 \pm 3 \sqrt{nP_0(1-P_0)/n}$	$nP_0$	样本量相等下使用
c	$c_0$	$c_0 \pm 3 \sqrt{c_0}$	$c_0$	样本量相等下使用
$\mu$	$\mu_0$	$\mu_0 \pm 3 \sqrt{\mu_0/n}$	$\mu_0$	样本量相等与不等均可用

### 3. 如何给定标准值

现有以下几种方式：

(1) 通过未给定标准值的控制图的使用, 用获得的实际数据和凭经验给出标准值。

(2) 用历史数据和凭经验确定标准值。

(3) 通过生产费用和服务需要而建立的经济值来确定标准值。

(4) 由产品的规范值产生标准值。

在实际使用时还可创造新的方式。

例 4: 为控制洗衣粉的包装重量, 某公司的质量经理希望通过控制包装过程使每包洗衣粉的平均重量为 500g, 根据类似的分装过程, 确定该过程的标准差为 10g。这时给定的标准值为:

利用上表给出的  $\bar{X} - R$  图的公式和附表中  $n = 5$  对应的系数  $A$ ,  $d_2$ ,  $D_2$ ,  $D_1$  可立即算出  $\bar{X} - R$  图的中心线与控制限。

$\bar{X}$  图:  $CL_{\bar{X}} = \mu_0 = 500$

$$UCL_{\bar{X}} = \mu_0 + A\sigma_0 = 500 + 1.342 \times 10 = 513.42$$

$$LCL_{\bar{X}} = \mu_0 - A\sigma_0 = 500 - 1.342 \times 10 = 486.58$$

R 图:  $CL_R = d_2\sigma_0 = 2.326 \times 10 = 23.26$

$$UCL_R = D_2\sigma_0 = 4.918 \times 10 = 49.18$$

$$LCL_R = D_1\sigma_0 = 0 \times 10 \text{ (由于 } n \text{ 小于 } 7, \text{ 故不标出 } LCL)$$

现选定样本量  $n = 5$  的 25 个子组, 计算各子组的均值和极差, 列于表 10-6, 利用表 10-5 给出的公式和表 4-2, 表 10-4 对应的系数, 计算并绘制出均值、极差和各控制限 (图 10-1)。

$\bar{X}$  图:  $CL_{\bar{X}} = \mu_0 = 500$

$$UCL_{\bar{X}} = \mu_0 + A\sigma_0 = 500 + 1.342 \times 10 = 513.42$$

$$LCL_{\bar{X}} = \mu_0 - A\sigma_0 = 500 - 1.342 \times 10 = 486.58$$

R 图:  $CL_R = d_2\sigma_0 = 2.326 \times 10 = 23.26$

$UCL_R = D_2\sigma_0 = 4.918 \times 10 = 49.18$

$LCL_R = D_1\sigma_0 = 0 \times 1.4$  (由于  $n$  小于 7, 故不标出  $LCL$ )

表 10-6 洗衣粉包装过程

子组号	子组平均值	子组极差	子组号	子组平均值	子组极差
	$\bar{x}$	R		$\bar{x}$	R
1	512	24	14	491	30
2	490	25	15	492	34
3	500	35	16	493	36
4	513	37	17	494	46
5	487	39	18	495	48
6	488	42	19	498	23
7	489	45	20	501	26
8	502	46	21	502	28
9	503	47	22	503	46
10	504	49	23	504	42
11	505	27	24	508	48
12	506	28	25	509	42
13	507	29			

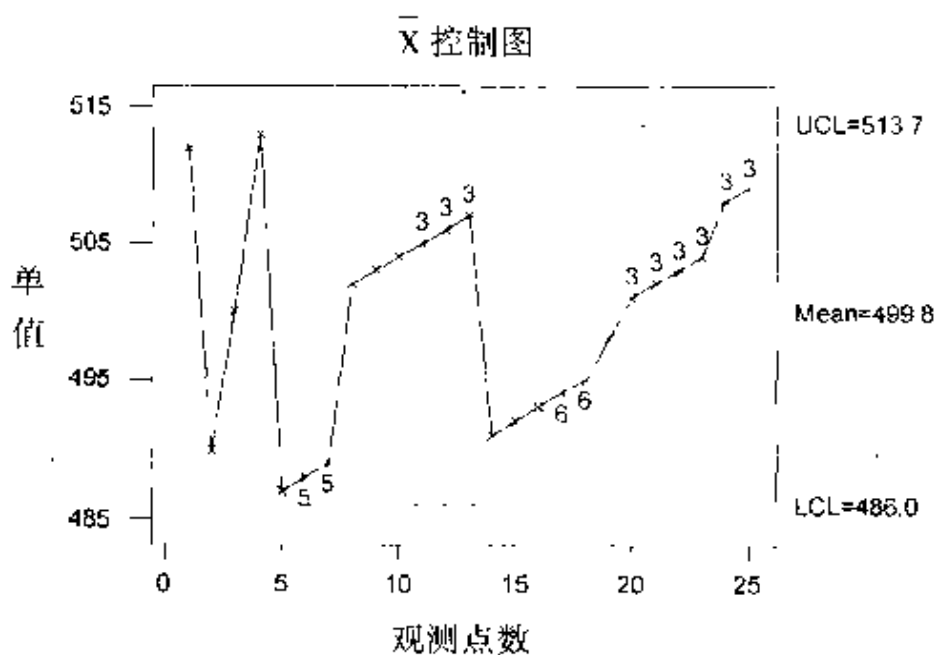
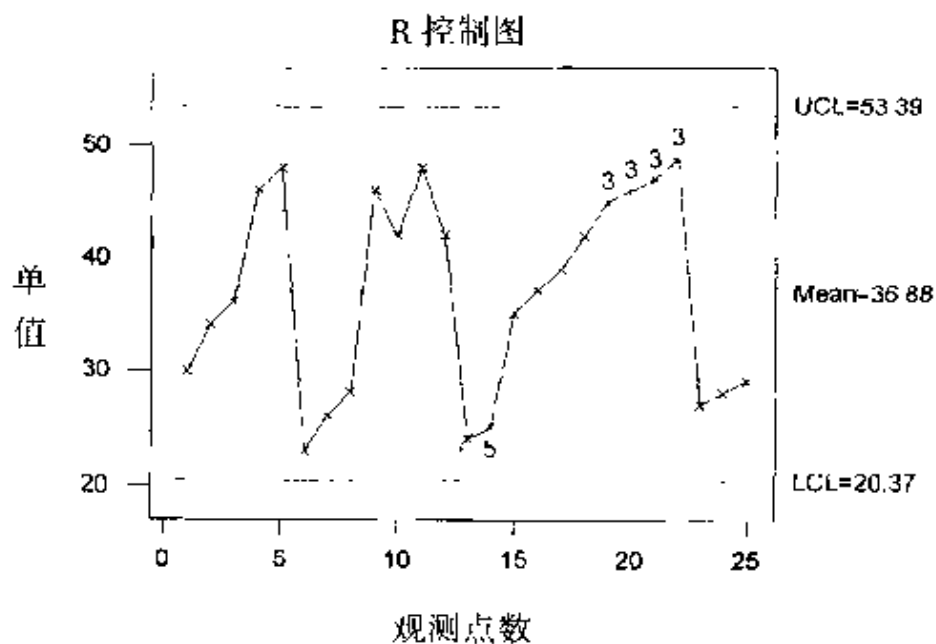


图 10-3

图 10-3 表明：该包装过程有失控现象（异常波动），因



为在  $\bar{X}$  图上出现连续 6 个点高或低于中心线；在 R 图上出现连续 6 个点高于中心线。对于引起这种长序列的均值偏低和极差偏高的原因应加以调查，并设法消除。



# 第十一章

## SPC 统计过程及其 企业诊断

- ◆ 过程能力诊断
- ◆ 关键过程参数能力诊断
- ◆ 福特完美过程诊断
- ◆ 理想工厂过程评价

## ● 过程能力诊断

过程能力诊断，一般通过工序产品合格率，可判断企业的工序能力水平。

### 1. 从工序产品合格率判断过程能力水平

假如工序产品合格率为  $y$ ，则不合格品率为  $1 - y$ ，那么过程长期西格玛值为

$$\begin{aligned} Z &= \text{NORMSINV}(P) \\ &= \text{NORMSINV}(1 - y) \end{aligned}$$

根据上面的公式，我们可以对一个 PCB 电路板厂的工序过程能力进行评价，如表 11-1 所示

### 2. 从工序能力指数进行过程能力水平分析

对于计量型数据，我们可以用  $C_p$  或  $C_{pk}$ ， $P_p$  或  $P_{pk}$  进行过程能力水平分析，因为  $Z$  和  $C_p$ 、 $C_{pk}$  有下列关系。

$$Z_{ST} = 3C_p$$

$$Z_{LT} = 3C_{pk}$$

例如某车床加工过程能力  $C_p = 1.33$ ，那么该过程能力水平为：

$$\begin{aligned} Z_{ST} &= 3C_p \\ &= 3 \times 1.33 \\ &= 4 \text{ 西格玛水平} \end{aligned}$$

反之，对于 6 西格玛水平：

$$\begin{aligned} Z_{ST} &= 6 & C_p &= 2 \\ Z_{LT} &= 4.5 & C_{pk} &= 1.5 \end{aligned}$$

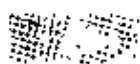


表 11-1 第 25 周生产周期抽检情况显示表

(2004 年 06 月 13 日 ~ 2004 年 06 月 19 日)

目标	工序	抽查数量	不良品数量	不良率	PPM	Zli	Cpk	Zst	1-周期不良率	DPPM	Zli	Cpk	Zst
≤5%	钻房	批量 1769 块数 12151	16	0.9%	9045	2.36	0.79	3.86	1.05%	10453	2.31	3484.32	3.81
≤2%	沉铜	批量 510 块数 2855	8	1.6%	15686	2.92	0.97	4.42	0.22%	2235	2.84	745.12	4.34
≤14%	线路	批量 1507 块数 9189	267	17.7%	171173	0.93	0.31	2.43	21.27%	212698	0.80	70899.47	2.30
3% ≤ POC		批量 1162 块数 33532	244	21.0%	209983	0.81	0.27	2.31	23.16%	231579	0.73	77192.98	2.23
≤18%	湿绿油	批量 1616 块数 10257	454	28.1%	280941	0.58	0.19	2.08	23.55%	235505	0.72	78501.69	2.22
≤20%	后干	批量 1198 块数 6971	134	11.2%	111853	1.22	0.41	2.72	15.76%	157618	1.00	52539.40	2.50
≤5%	啤房	批量 655 块数 26544	21	3.2%	32061	1.85	0.62	3.35	4.07%	40719	1.74	13572.85	3.24
≤15%	蚀蚀	批量 1534 块数 8963	147	10.1%	101170	1.27	0.42	2.77	15.02%	150191	1.04	50063.72	2.54
≤20%	喷锡	批量 394 块数 2646	69	17.5%	175127	0.93	0.31	2.43	9.33%	93264	1.32	31088.08	2.82
			87	3.3%	32880	1.84	0.61	3.34	1.52%	15207	2.16	5068.98	3.66

## ● 关键过程参数能力诊断

对于一些关键过程的机器和设备进行能力诊断，有的也叫机器能力指数  $C_{PM}$ ，其本质  $C_{Pm}$  和  $C_{PK}$  的计算是一样的。

我们曾经对一个 PCB 电路板厂作过一次现场诊断，发现一些关键过程的机器和设备的参数的  $C_{PK}$  能力很高，但过程能力并不尽如人意，这是什么原因呢？过程是一个复杂的系统，不但受固有技术 ( $Z_{ST}$ ) 的影响，而且还受过程控制 (5M1E) 其他一些因素的影响。尽管技术能力很高，但控制和管理跟不上，也会影响到过程绩效水平。我们可以用 4Block 图来进行企业过程水平诊断，判断影响过程能力的是技术问题还是控制问题（管理方面）。

### 1. 4Block 图

我们可以把企业过程能力水平计算出来，与标准的 4Block 图进行比较，以判断企业的管理和技术水平（图 11-1）。

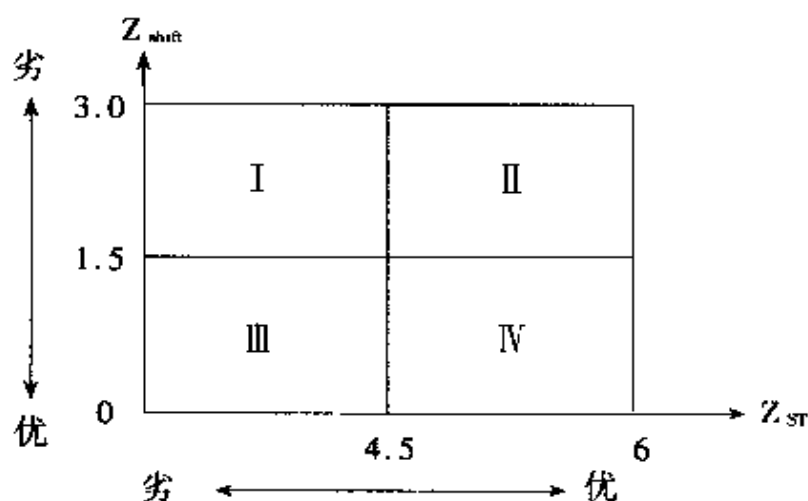


图 11-1

## 2. 4Block图的判断标准

$Z_{\text{Shift}}$ 代表企业的控制水平:

$0 < Z_{\text{Shift}} < 1.5$ , 企业的管理水平尚可;

$Z_{\text{Shift}} > 1.5$ , 企业的管理水平差。

$Z_{\text{ST}}$ 代表企业的固有能即技术水平:

$0 < Z_{\text{ST}} < 4.5$ , 企业的技术水平太差;

$4.5 < Z_{\text{ST}} < 6$ , 企业的技术水平尚可。

因此。从 4Block 图可以判断各类企业的管理和技术水平, 从而找到自己企业改善的方向。

I 类企业, 管理水平太差, 技术水平太差。

II 类企业, 管理水平太差, 技术水平尚可。

III 类企业, 管理水平尚可, 技术水平比较差。

IV 类企业, 世界级企业水平。

## ● 福特完美过程诊断

福特完美过程诊断是世界三大汽车供应商之一的福特公司提出的一种企业过程诊断方法。它从 10 个方面对企业进行诊断。

### 1. 控制计划的诊断

每个评价点都是 10 分, 打分并记录相关问题及证据 (表 11-2)。

表 11-2

评价项目	评价点	输入	评分
控制计划的诊断	控制计划的制定现况	提供各部门控制计划	
	关键参数选择现况	提供关键参数清单	
	产品/过程参数现况	提供产品/过程参数清单	
	过程 FMEA	提供过程 FMEA 清单	
	控制计划执行现况	提供控制计划执行记录	
	控制计划修改状况	提供控制计划修改记录	

## 2. 过程品质控制程序的诊断

表 11-3

评价项目	评价点	输入	评分
过程品质控制程序的诊断	控制计划程序现况	提供过程控制程序	
	机器过程能力程序现况	提供机器过程能力程序	
	首件与过程检验程序现况	提供首件与过程检验程序	
	量具校验程序现况	提供过程量具校验程序	
	批次追溯与鉴定程序现况	提供批次追溯与鉴定程序	
	工序变更程序现况	提供工程变更程序及记录	

## 3. 过程来料品质控制的诊断

表 11-4

评价项目	评价点	输入	评分
过程来料品质控制的诊断	重点供应商选用统计现况	提供关键来料过程能力	
	供应商来料品质与问题解决	提供问题解决程序	
	供应商品质保证能力评估	提供评估记录	



#### 4. 量测系统评估诊断

表 11-5

评价项目	评价点	输入	评分
量测系统 评估诊断	量测系统维护流程	提供量测系统维护计划	
	量具校验及管理程序	提供量具校验程序	
	量测系统可靠度记录	提供 R&R 记录	

#### 5. 机器能力指数评估诊断

表 11-6

评价项目	评价点	输入	评分
机器能力 指数评估 诊断	机器能力指数评估流程	提供评估流程计划	
	机器能力指数研究评估	提供机器能力指数报告	
	新机器验证过程评估	提供验证记录	

#### 6. 过程能力指数评估诊断

表 11-7

评价项目	评价点	输入	评分
过程能力 指数评估 诊断	关键产品特性能力现况	提供产品特性能力报告	
	关键机器参数能力现况	提供机器能力报告	
	控制限确定过程	提供控制限确定程序	
	失控计划现况	提供失控现况记录	
	过程能力提升计划	提供能力提升计划蓝图	

## 7. 统计过程控制诊断

表 11-8

评价项目	评价点	输入	评分
统计过程控制诊断	过程 SPC 技术应用现况	提供 SPC 应用普及率	
	员工/管理层对 SPC 的认识	员工/管理层受训记录	
	失控解决的程序	提供失控解决记录	

## 8. 问题处理程序诊断

表 11-9

评价项目	评价点	输入	评分
问题处理程序诊断	过程与客户问题处理现况	提供问题处理记录	
	问题传达指示状况	提供问题警告指示	
	问题解决流程与步骤	提供问题解决流程	

## 9. 搬运与包装品质诊断

表 11-10

评价项目	评价点	输入	评分
搬运与包装品质诊断	关键部件的包装设计	提供关键部件设计强度	
	关键部件搬运指示	提供搬运指示	
	包装原料可靠度评估	提供包装材料强度报告	



## 10. 持续改善诊断

表 11-11

评价项目	评价点	输入	评分
持续改善诊断	产线品质目标设定	提供产线目标清单	
	过程持续改善程序	提供过程持续改善程序	
	过程改善项目	过程改善项目记录	

## 11. 评分方法

福特完美过程评价共有 10 个方面, 37 个评价点, 最好状况为 10 分, 1 分代表最差。评价方法如表 11-12 所示。

表 11-12

得分范围	结论
90 分以上	完美过程
75 ~ 90 分	需针对薄弱环节进行改善
60 ~ 75 分	需做系统性改善
60 分以下	需做全面过程改善

## ④ 理想工厂过程评价

理想工厂过程评价是日本式精益生产 (Lean Production) 企业的评价方法。

## 1. 评价项目

理想工厂的评价项目如下图所示：

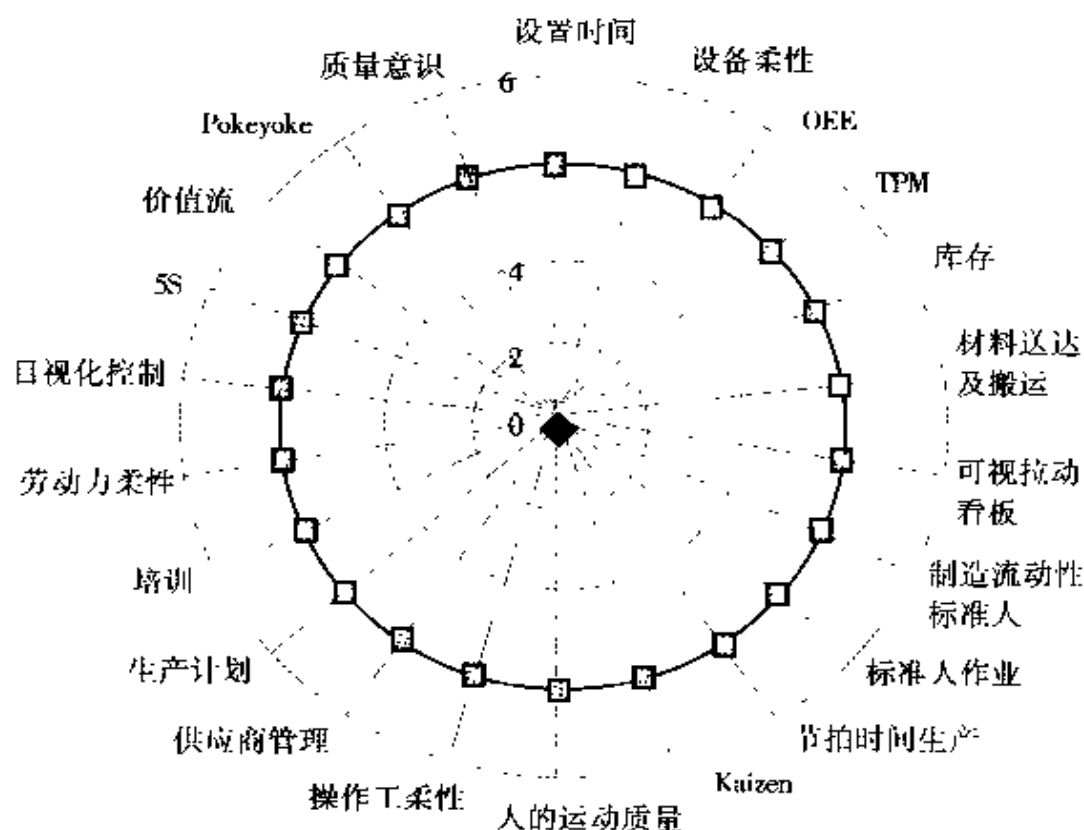


图 11-2

## 2. 评价方法

理想工厂评价共有 22 个评价点（见表 11-13），最好（理想工厂）是 5 分，1 分代表最差。

表 11-13

理想工厂评价：(22 × 5 = 110)			实际评估
机器	设置时间	5	
	设备柔性	5	
	OEE	5	
	TPM	5	
	库存	5	
	材料送达及搬运	5	
制造流动性	可视拉动看板	5	
	制造流动性	5	
	标准人作业	5	
	节拍时间生产	5	
	Kaizen	5	
人员	人的运动质量	5	
	操作工柔性	5	
	供应商管理	5	
	生产计划	5	
	培训	5	
	劳动力柔性	5	
	目视化控制	5	
质量	5S	5	
	价值流	5	
	Pokeyoke	5	
	质量意识	5	





## 第十二章

# 过程能力分析与 SPC 在线管理

- ◆ 什么是过程能力
- ◆ 过程能力指数  $C_p$ 、 $C_{pk}$
- ◆ 过程能力指数  $C_{pm}$ 、 $C_{pmk}$
- ◆ 过程绩效指数  $P_p$ 、 $P_{pk}$
- ◆ 短期过程能力与长期过程能力
- ◆ 计量值过程能力与计数值过程能力
- ◆ SPC 在线管理

## ●什么是过程能力

过程能力分析是进行 6Sigma 改善的基础。只有通过过程能力分析,才能找到问题的根源之所在,才能进行进一步的过程改善,过程能力是指加工方面满足加工质量的能力。此种能力表现在过程稳定的程度, $\sigma$  越小,过程越稳定,特别是稳定过程的 99.73% 的产品质量特性散布在区间  $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$  的情形,如图 12-1 所示

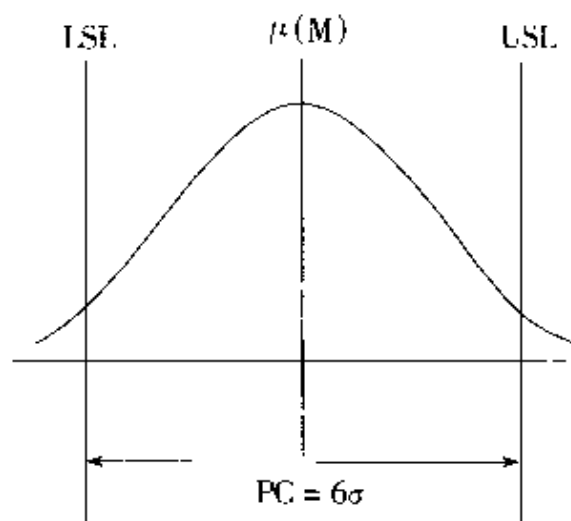
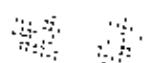


图 12-1

## ●过程能力指数 $C_p$ 、 $C_{pk}$

### 1. 过程能力指数 $C_p$ 的定义及计算

过程能力指数  $C_p$  是表征过程固有的波动状态,即技术水平。它是在过程的平均值  $\mu$  与目标值 (M) 重合的情形,如图 12-2 所示。



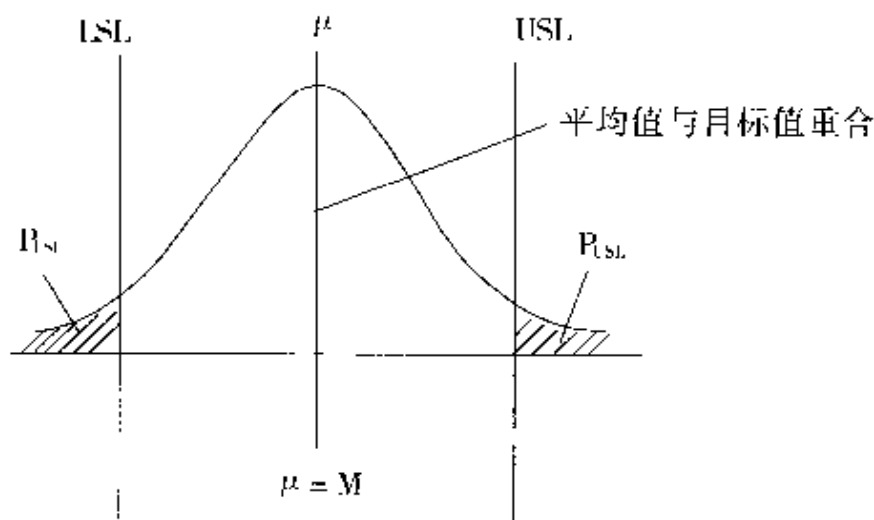


图 12-2

过程处于统计控制状态时，过程能力指数  $C_p$  可用下式表示：

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{T}{6\sigma}$$

而规格中心为  $M = \frac{USL + LSL}{2}$ ，因此  $\sigma$  越小，过程能力指数  $C_p$  越大。一般要求过程能力指数  $C_p \geq 1$ ，但根据 6Sigma 过程能力要求  $C_p \geq 2$ ，即在短期内的过程能力指数  $C_p \geq 2$ 。

例 1：某车床加工轴的规格为  $50 \pm 0.01\text{mm}$ ，在某一时间内，测得  $\sigma = 0.0025$ ，求车床加工的过程能力指数。

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{0.02}{6 \times 0.0025} = 1.33$$

## 2. 过程能力指数 $C_p$ 与不合格品率的关系

上面我们计算出车床的过程能力指数  $C_p = 1.33$ ，但它加工的不合格品率  $P$  是多少呢？从图 15-2 可知，超出规格即为不合格，超出上控制规格为  $P_{USL}$ ，超出下控制规格为  $P_{LSL}$ ，总的不合格率为  $P_{Total}$ ：



$$\begin{aligned}
 P_{\text{Total}} &= P_{\text{USL}} + P_{\text{LSL}} \\
 &= P(x < \text{LSL}) + P(x > \text{USL}) \\
 &= \phi\left(\frac{\text{LSL} - \mu}{\sigma}\right) + \left[1 - \phi\left(\frac{\text{USL} - \mu}{\sigma}\right)\right]
 \end{aligned}$$

$$\text{由于 } C_p = \frac{\text{USL} - \text{LSL}}{6\sigma} = \frac{T}{6\sigma}, \quad P_{\text{USL}} = P_{\text{LSL}}$$

$$\text{所以: } P_{\text{Total}} = P_{\text{USL}} + P_{\text{LSL}} = 2P_{\text{LSL}} = 2\phi\left(\frac{\text{LSL} - \mu}{\sigma}\right)$$

$$\text{由于 } C_p = \frac{T}{6\sigma}, \quad T = 6\sigma C_p,$$

$$\text{LSL} = \mu - \frac{T}{2}$$

$$\begin{aligned}
 P_{\text{Total}} &= P(x < \text{LSL}) + P(x > \text{USL}) \\
 &= 2P(x < \text{LSL}) = 2P(x < \mu - 3\sigma C_p) \\
 &= 2P\left(\frac{x - \mu}{\sigma} < -3C_p\right) = 2\phi(-3C_p) = 2[1 - \phi(3C_p)]
 \end{aligned}$$

因此, 我们根据上式可求出不合格品率, 如表 12-1 所示:

表 12-1

$C_p$	P
1.0	0.270%
1.33	0.007%
1.5	6.8PPm
2.0	2.0PPb

### 3. 过程能力指数 $C_{pk}$ 的定义及计算

上面我们讨论了  $C_p$ , 即过程输出的平均值与目标值与规格中心重合的情形, 事实上目标值与平均值重合情形较为少



见，因此引进一个偏移度  $K$  的概念，即过程平均值 ( $\mu$ ) 与目标值 ( $M$ ) 的偏离过程。如图 12-3 所示。

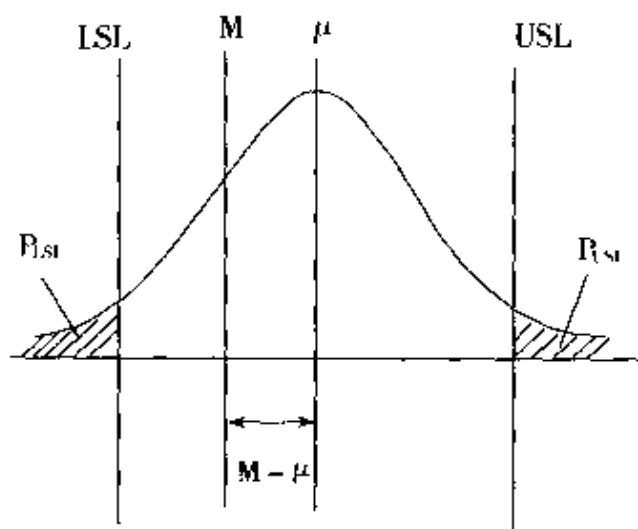


图 12-3

$$K = \frac{|M - \mu|}{T/2} = \frac{2|M - \mu|}{T}$$

过程能力指数  $C_{pk}$ 。

$$\begin{aligned} C_{pk} &= (1 - k) C_p = \left(1 - \frac{2|M - \mu|}{T}\right) \times \frac{T}{6\sigma} \\ &= \frac{T - 2|M - \mu|}{6\sigma} = \frac{T}{6\sigma} - \frac{|M - \mu|}{3\sigma} \end{aligned}$$

从上式可知：

$$C_{pk} = \frac{T}{6\sigma} - \frac{|M - \mu|}{3\sigma}$$

$$C_{pk} = C_p - \frac{|M - \mu|}{3\sigma}$$

$$C_{pk} - C_p = -\frac{|M - \mu|}{3\sigma}$$

$$C_p - C_{pk} = \frac{|M - \mu|}{3\sigma}$$

尽量使  $C_p = C_{pk}$ ， $\frac{|M - \mu|}{3\sigma}$  是我们进行改善的机会。

例 2: 某车床加工轴的规格为  $50 \pm 0.01\text{mm}$ , 在某一时间内, 抽样测得平均值  $\mu = 49.995$ ,  $\sigma = 0.0025$ , 求车床加工过程的能力指数。

$$\begin{aligned} C_{pk} &= \frac{T}{6\sigma} - \frac{|M - \mu|}{3\sigma} \\ &= \frac{0.02}{6 \times 0.0025} - \frac{|50 - 49.995|}{3 \times 0.0025} \\ &= 1.33 - 0.667 = 0.676 \end{aligned}$$

#### 4. 过程能力 $C_{pk}$ 与不合格品率的关系

如果已知  $C_{pk}$ , 如何求过程不合格品率。同用  $C_p$  求不合格品率一样。根据图 12-3 可知:

$$\begin{aligned} P_{\text{Total}} &= P_{\text{USL}} + P_{\text{LSL}} \\ &= P(x > \text{USL}) + P(x < \text{LSL}) \\ &= \phi\left(\frac{\text{LSL} - \mu}{\sigma}\right) + [1 - \phi\left(\frac{\text{USL} - \mu}{\sigma}\right)] \end{aligned}$$

$\phi$  为标准正态分布的概率分布函数。

由于:  $M \leq \mu \leq \text{USL}$ , 则  $C_{pk} = C_{pu} = \frac{\text{USL} - \mu}{3\sigma}$

另外:  $\frac{\text{LSL} - \mu}{3\sigma} = \frac{(\text{USL} - \mu) - (\text{USL} - \text{LSL})}{3\sigma} = C_{pk} - 2C_p$

$$\begin{aligned} P_{\text{Total}} &= \phi\left(\frac{\text{LSL} - \mu}{\sigma}\right) + [1 - \phi\left(\frac{\text{USL} - \mu}{\sigma}\right)] \\ &= \phi[-3(2C_p - C_{pk})] + 1 - \phi(3C_{pk}) \\ &= \phi[-3(2C_p - C_{pk})] + \phi(-3C_{pk}) \end{aligned}$$

同样  $\text{LSL} \leq \mu \leq M$  时, 也可推出  $P_{\text{Total}}$  为:

$$P_{\text{Total}} = \phi[-3(1+K)C_p] + \phi[-3(1-K)C_p]$$

所以:  $\phi(-3C_{pk}) \leq P_{\text{Total}} \leq 2\phi(-3C_{pk})$

因此, 我们根据过程能力指数  $C_{pk}$ , 可确定其过程不合格品率的范围, 如表 12-2 所示。

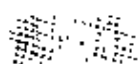


表 12-2

$C_{pk}$	不合格品率
1.0	0.13% ~ 0.27%
1.1	0.05% ~ 0.10%
1.2	0.02% ~ 0.03%
1.3	48.1 ~ 96.2PPM
1.4	13.4 ~ 26.7PPM
1.5	3.4 ~ 6.8PPM
1.6	794 ~ 1 589PPb
1.7	170 ~ 340PPb
1.8	33 ~ 67PPb
1.9	6 ~ 12PPb
2.0	1 ~ 2PPb

例 3：有 4 台机器加工面包，要求加工出来的面包为 4 ~ 16g，我们在某一时间，测得各加工机器的平均值和标准偏差，如表 12-3 所示，求每一台加工机器的过程能力指数  $C_p$ 、 $C_{pk}$  和不合格品率。

表 12-3

机器	平均值	标准偏差
M1	10	4
M2	10	2
M3	7	2
M4	13	1



在解答问题之前，有人会提出机器过程能力指数的概念  $C_{pm}$ 、 $C_{pmk}$ ，其实机器过程能力指数就等于过程能力指数。

$$C_{pm} = C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma}$$

$$C_{pmk} = C_{pk} = \frac{USL - LSL - 2|M - \mu|}{6\sigma}$$

(1) 对于 M1 的机器  $C_{pm}$ 、 $C_{pmk}$  的计算如下：

$$C_{pm} = C_{pl} = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{16 - 4}{6 \times 4} = 0.5$$

$$\begin{aligned} C_{mk1} = C_{pk1} &= \frac{USL - LSL - 2|M - \mu|}{6\sigma} \\ &= \frac{16 - 4 - 2|10 - 10|}{6 \times 4} = 0.5 \end{aligned}$$

$$Z_{USL} = 3C_{PU} = \frac{USL - \mu}{3\sigma} \times 3 = \frac{16 - 10}{3 \times 4} \times 3 = 1.5$$

$$Z_{LSL} = 3C_{PL} = \frac{LSL - \mu}{3\sigma} \times 3 = \frac{4 - 10}{3 \times 4} \times 3 = -1.5$$

$$P_{USL} = [1 - \phi(1.5)] \times 10^6 = 66\,807\text{PPM}$$

$$P_{LSL} = [\phi(-1.5)] \times 10^6 = 66\,807\text{PPM}$$

$$P_{Total} = P_{USL} + P_{LSL} = 133\,614\text{PPM} = 0.133\,614\%$$

(2) 对于 M2 机器的  $C_{pm2}$ 、 $C_{pmk2}$  的计算如下：

$$C_{pm2} = C_{p2} = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{16 - 4}{6 \times 2} = 1$$

$$\begin{aligned} C_{pmk2} = C_{PK2} &= \frac{USL - LSL - 2|M - \mu|}{6\sigma} \\ &= \frac{16 - 4 - 2|10 - 10|}{6 \times 2} = 1 \end{aligned}$$

$$Z_{USL} = 3C_{PU} = \frac{USL - \mu}{\sigma} = \frac{16 - 10}{2} = 3$$

$$Z_{LSL} = 3C_{PL} = \frac{LSL - \mu}{\sigma} = \frac{4 - 10}{2} = -3$$

$$P_{USL} = [1 - \phi(3)] \times 10^6 = 1\,350\text{PPM}$$

$$P_{LSL} = \phi(-3) \times 10^6 = 1\,350\text{PPM}$$

$$P_{\text{Total}} = P_{USL} + P_{LSL} = 2\,700\text{PPM} = 0.002\,7\%$$

(3) 对于 M3 机器的  $C_{pm3}$ 、 $C_{pmk3}$  的计算如下:

$$C_{pm3} = C_{P3} = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{16 - 4}{6 \times 2} = 1$$

$$\begin{aligned} C_{pmk3} = C_{PK3} &= \frac{USL - LSL - 2|M - \mu|}{6\sigma} \\ &= \frac{16 - 4 - 2|10 - 7|}{6 \times 2} = 0.5 \end{aligned}$$

$$Z_{USL} = \frac{USL - \mu}{\sigma} = \frac{16 - 7}{2} = 4.5$$

$$Z_{LSL} = \frac{LSL - \mu}{\sigma} = \frac{4 - 7}{2} = -1.5$$

$$P_{USL} = [1 - \phi(4.5)] \times 10^6 = 3.4\text{PPM}$$

$$P_{LSL} = [\phi(-1.5)] \times 10^6 = 66\,807\text{PPM}$$

$$P_{\text{Total}} = P_{USL} + P_{LSL} = 66\,811\text{PPM} = 0.0\,668\,11\%$$

(4) 对于 M4 机器的  $C_{pm4}$ 、 $C_{pmk4}$  的计算如下:

$$C_{pm4} = C_{P4} = \frac{USL - LSL}{6\sigma} = \frac{16 - 4}{6 \times 1} = 2$$

$$\begin{aligned} C_{pmk4} = C_{PK4} &= \frac{USL - LSL - 2|M - \mu|}{6\sigma} \\ &= \frac{16 - 4 - 2|10 - 13|}{6 \times 1} = 1 \end{aligned}$$

$$Z_{USL} = \frac{USL - \mu}{\sigma} = \frac{16 - 13}{1} = 3$$

$$Z_{LSL} = \frac{LSL - \mu}{\sigma} = \frac{4 - 13}{1} = -9$$

$$P_{USL} = [1 - \phi(3)] \times 10^6 = 1\,350$$

$$P_{LSL} = [\phi(-9)] \times 10^6 = 0$$

$$P_{Total} = P_{USL} + P_{LSL} = 1\,350\text{PPM} = 0.001\,35\%$$

(5) 我们可以把 4 台机器的分布画出来, 就可判断哪一台机器的加工能力最好, 如图 12-4 所示。

M1:  $\mu_1 = 10$ ,  $\sigma_1 = 4$ ,  $P_{Total} = 133\,614\text{PPM}$ ;

M2:  $\mu_2 = 10$ ,  $\sigma_2 = 2$ ,  $P_{Total} = 2\,700\text{PPM}$ ;

M3:  $\mu_3 = 7$ ,  $\sigma_3 = 2$ ,  $P_{Total} = 66\,811\text{PPM}$ ;

M4:  $\mu_4 = 13$ ,  $\sigma_4 = 1$ ,  $P_{Total} = 1\,350\text{PPM}$

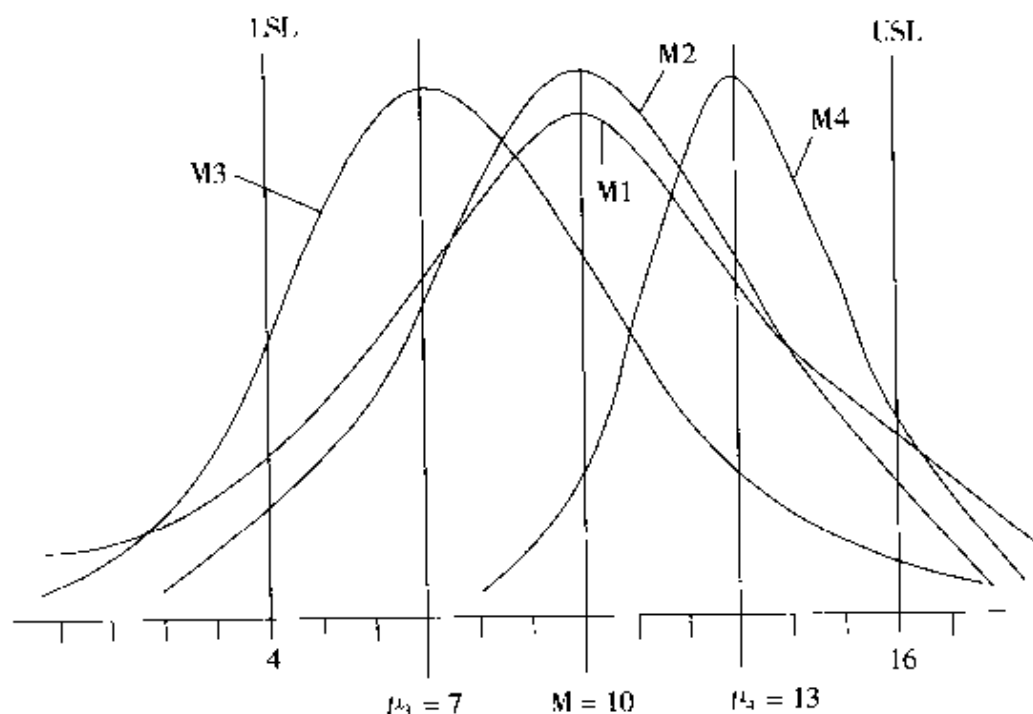


图 12-4

由上图可知:

① M1 机器。均值在目标中心, 机器的技术能力尚可, 但控制不好, 即  $\sigma$  偏大,  $\sigma_1 = 4$  为最大。

② M2 机器。均值在目标中心, 机器的技术能力尚可, 且控制较好,  $\sigma_2 = 2$ , 比机器 M1 管理要好。

③ M3 机器。均值向下, 规格偏离目标中心, 机器的固有技术能力尚可, 且控制较好,  $\sigma_3 = 2$ , 与 M2 机器的管理水平差不多。

④ M4 机器。均值向上, 规格偏离目标中心, 机器固有技术能力最好, 且控制较好,  $\sigma_4 = 1$ , 所以 M4 机器的过程能力是最好的。

## ● 过程能力指数 $C_{pm}$ 、 $C_{pmk}$

### 1. 过程能力指数 $C_{pm}$

过程能力指数是根据田口玄一关于质量损失函数而设计出来的。将目标值  $M$  与均值  $\mu$  的偏差也考虑了进来, 因此具有实际的改进意义。

$$\sigma_m^2 = \sigma_p^2 + (\mu - M)^2$$

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sigma_m} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma_p^2 + (\mu - M)^2}}$$

例 4: 对于例 3 我们来求  $C_{pm}$ 。

(1) 对于机器 M1,  $\mu_1 = 10$ ,  $\sigma_1 = 4$

$$\begin{aligned} C_{pm1} &= \frac{USL - LSL}{6\sigma_m} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma_1^2 + (\mu_1 - M)^2}} \\ &= \frac{16 - 4}{6\sqrt{4^2 + (10 - 10)^2}} = 1.5 = C_p \end{aligned}$$



(2) 对于机器 M2,  $\mu_2 = 10$ ,  $\sigma_2 = 2$

$$C_{pm2} = \frac{USL - LSL}{6 \sqrt{\sigma_2^2 + (\mu_2 - M)^2}} = \frac{16 - 4}{6 \sqrt{2^2 + (10 - 10)^2}} = 1 = C_p$$

这是因为平均值与目标值重合  $C_{pm} = C_p$ , 因此  $C_p$  是  $C_{pm}$  的特例。

(3) 对于机器 M3,  $\mu_3 = 7$ ,  $\sigma_3 = 2$

$$\begin{aligned} C_{pm3} &= \frac{USL - LSL}{6 \sqrt{\sigma_3^2 + (\mu_3 - M)^2}} \\ &= \frac{16 - 4}{6 \sqrt{2^2 + (7 - 10)^2}} = \frac{12}{6 \sqrt{2^2 + 3^2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{13}} = 0.5547 \neq C_{p3} = 1 \end{aligned}$$

(4) 对于机器 M4,  $\mu_4 = 13$ ,  $\sigma_4 = 1$

$$\begin{aligned} C_{pm4} &= \frac{USL - LSL}{6 \sqrt{\sigma_4^2 + (\mu_4 - M)^2}} \\ &= \frac{16 - 4}{6 \sqrt{1^2 + (13 - 10)^2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{10}} = 0.6325 \neq C_{p4} = 2 \end{aligned}$$

从上面计算可知  $C_{pm} < C_p$ , 这是因为考虑了过程平均值与目标值发生偏差的结果。

## 2. 过程能力指数 $C_{pmk}$

过程能力指数  $C_{pmk}$  是考虑过程能力与平均值偏离目标值的综合结果, 因此  $C_{pmk}$  指数又叫综合过程能力指数, 我们不但要



考虑过程满足规格要求，而且要求尽量在目标附近波动，不要偏离目标值太远。

$$C_{pmk} = \frac{C_{pk}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu - M}{\sigma}\right)^2}}$$

其中  $\sigma^2 = \text{var}(X)$ ,  $\mu = E(X)$ ,  $M$  为质量特性的目标值。

例 5: 对例 3 求  $C_{pmk}$ 。

(1) 对机器 M3,  $\mu_3 = 7$ ,  $\sigma_3 = 2$ ,  $C_{pk3} = 0.5$

$$\begin{aligned} C_{pmk} &= \frac{C_{pk}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu - M}{\sigma}\right)^2}} = \frac{0.5}{\sqrt{1 + \left(\frac{7 - 10}{2}\right)^2}} \\ &= \frac{0.5 \times 2}{\sqrt{13}} = 0.277\ 35 \end{aligned}$$

(2) 对机器 M4,  $\mu_4 = 13$ ,  $\sigma_4 = 1$ ,  $C_{pk4} = 1$

$$C_{pmk} = \frac{C_{pk}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu - M}{\sigma}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{13 - 10}{1}\right)^2}} = 0.316\ 2$$

## ④ 过程绩效指数 $P_p$ 、 $P_{pk}$

### 1. 过程绩效指数 $P_p$ 的意义及计算

过程绩效指数  $P_p$  是从过程总波动的角度来考虑过程的能力，它既包含了过程普通原因引起的过程波动，又包含了特殊原因引起的过程波动，随时间的变化而变化，如图 12-5 所示。

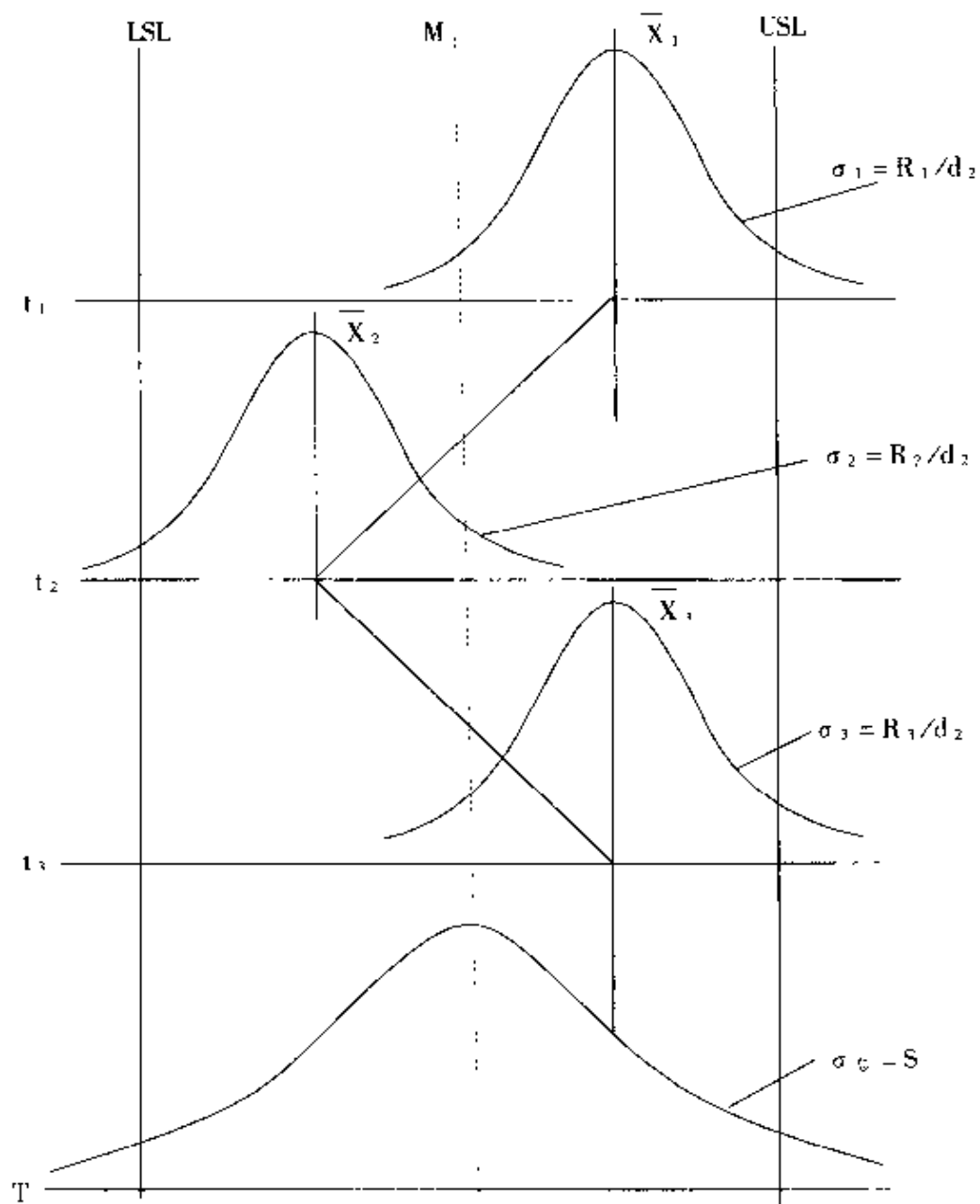


图 12-5

从上图可知，过程总波动的  $\sigma_{\text{总}} = S$



$$\sigma_{\text{总}} = S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$\text{因此, } P_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma_{\text{总}}}$$

例6: 某注塑机注塑一塑胶件的关键尺寸 CTQ 为  $50 \pm 2\text{mm}$ , 一工程师在一个月內收集了 25 组数据, 如表 12-4 所示, 计算该注塑机的过程能力  $P_p$ 。

表 12-4

子组	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$\bar{x}$	R
1	51	51	49	50	48	49.6	3
2	50	49	48	49	50	49.2	2
3	52	48	49	51	49	49.8	4
4	49	52	50	48	50	49.8	4
5	49	51	52	52	48	50.4	4
6	51	49	48	50	49	49.4	3
7	50	52	49	48	51	50.0	4
8	51	52	49	48	52	50.4	4
9	52	51	51	51	52	51.4	1
10	51	52	49	48	52	50.4	4
11	50	48	48	49	51	49.2	3
12	49	48	49	52	51	49.8	4
13	52	50	51	52	50	51.0	2
14	49	48	50	52	51	50.0	4
15	48	52	50	51	49	50.0	4
16	49	50	51	52	50	50.4	3
17	51	52	50	51	48	50.4	4



续上表

子组	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$\bar{x}$	R
18	52	50	48	49	50	49.8	4
19	51	52	49	50	48	50.0	4
20	52	52	50	48	50	50.4	4
21	49	51	50	49	50	49.8	3
22	48	50	51	49	50	49.6	3
23	49	48	50	51	50	49.6	3
24	50	51	49	48	50	49.6	3
25	52	50	52	50	50	50.8	2
						$\bar{\bar{x}}$	50.032
						R	3.28
						$\sigma_{\text{总}}$	1.335 16

$$P_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma_{\text{总}}} = \frac{52 - 48}{6 \times 1.335 16} = 0.491 784$$

## 2. 过程绩效指数 $P_{pk}$ 的意义及计算

过程绩效  $P_{pk}$  同过程能力  $C_{pk}$  计算指数一样。

$$P_{pk} = \min \{P_{PU}, P_{PL}\} = \min \left\{ \frac{USL - \bar{U}}{3\sigma_{\text{总}}}, \frac{LSL - \bar{U}}{3\sigma_{\text{总}}} \right\}$$

例 7: 对于例 6 求过程绩效指数  $P_{pk}$

$$P_{PU} = \frac{USL - \mu}{3\sigma_{\text{总}}} = \frac{52 - 50.032}{3 \times 1.335 16} = 0.483 915$$

$$P_{PL} = \frac{LSL - \mu}{3\sigma_{\text{总}}} = \frac{48 - 50.032}{3 \times 1.335 16} = 0.499 652$$

$$P_{pk} = \min \{P_{PU}, P_{PL}\} = 0.483\ 915$$

## ⑤ 短期过程能力与长期过程能力

### 1. 短期过程能力和长期过程能力的定义

短期过程能力是代表过程在短期内的固有变异，常用  $\sigma_{ST}$  表示，而长期过程能力既包含了固有变异，也包含了除普通原因引起的变异之外的变异，它用  $\sigma_{LT}$  表示。我们可用表 12-5 来判断短期和长期过程能力的性质，即长期与短期的区别。

表 12-5

比较	短期	长期
样本容量	30 ~ 50 个	大于等于 100 个
批数	单批	多批
时间周期	数小时或数天	数周或数月
过程变异	$\sigma_{ST}$	$\sigma_{LT}$
过程潜力	$C_p$	$P_p$
过程能力	$C_{PK}$	$P_{PK}$

短期过程能力与长期过程能力的计算也可以用表 12-6 进行区别：



表 12-6

比较	短期过程能力	长期过程能力
过程潜力	$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma_{ST}}$	$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma_{LT}}$
过程能力	$C_{PU} = \frac{USL - \mu}{6\sigma_{ST}}$ $C_{PL} = \frac{LSL - \mu}{6\sigma_{ST}}$ $C_{pk} = \min \{C_{PU}, C_{PL}\}$	$C_{PU} = \frac{USL - \mu}{6\sigma_{LT}}$ $C_{PL} = \frac{LSL - \mu}{6\sigma_{LT}}$ $P_{pk} = \min \{P_{PU}, P_{PL}\}$
主要区别	$\sigma_{ST}$ 和 $\sigma_{LT}$	

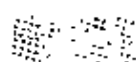
## 2. 短期过程 $\sigma_{ST}$ 与长期过程 $\sigma_{LT}$ 的计算

假设我们收集了  $m$  组数据 ( $m \geq 100$ ), 我们每次收集  $n$  个样本 ( $n \geq 5$ ), 那么, 我们可以计算每一个子组的平均值 ( $\bar{X}$ )、极差 ( $R$ )、标准偏差 ( $S$ ), 如表 12-7 所示。

表 12-7

子组	$x_1$	$x_2$	$x_3 \cdots$	$x_k \cdots$	$x_n$	$\bar{X}$	$R$	$S$
1	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13} \cdots$	$x_{1k} \cdots$	$x_{1n}$	$\bar{X}_1$	$R_1$	$S_1$
2	$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23} \cdots$	$x_{2k} \cdots$	$x_{2n}$	$\bar{X}_2$	$R_2$	$S_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
L	$x_{L1}$	$x_{L2}$	$x_{L3} \cdots$	$x_{Lk} \cdots$	$x_{Ln}$	$\bar{X}_L$	$R_L$	$S_L$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
m	$x_{m1}$	$x_{m2}$	$x_{m3} \cdots$	$x_{mk} \cdots$	$x_{mn}$	$\bar{X}_m$	$R_m$	$S_m$

(1) 我们可以求出  $\sigma_{LT}$ 。



$$\sigma_{1r} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2}{mn - 1}}$$

(2) 我们可以求出  $\sigma_{ST}$ , 而  $\sigma_{S1}$  有多种求法。

⊙ R 方法

$$\sigma_{ST} = \frac{R}{d_2} \quad (d_2 \text{ 是常数})$$

⊙  $\bar{S}$  方法

$$\sigma_{ST} = \frac{\bar{S}}{C_4}, \quad C_4 \text{ 是常数, 它们的取值如下表所示。}$$

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d_2$	1.128	1.693	2.059	2.326	2.534	2.704	2.847	2.970	3.078
$C_4$	0.798	0.886	0.921	0.940	0.952	0.959	0.965	0.969	0.973

⊙ 标准偏差法

我们知道, 每一个子组的标准偏差为  $S_1, S_2, \dots, S_m$ 。

$$\sigma_{ST} = \frac{1}{C_4} \sqrt{\frac{(n_1 - 1) S_1^2 + (n_2 - 1) S_2^2 + \dots + (n_m - 1) S_m^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1) + \dots + (n_m - 1)}}$$

⊙ 移动极差法

$$MR_i = |X_i - X_{i-1}|$$

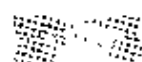
$$\sigma_{ST} = \frac{\bar{MR}}{d_2}$$

⊙ 中位数移动极差法

$$\widetilde{MR}_i = |\tilde{X}_i - \tilde{X}_{i-1}|$$

$$\sigma_{ST} = \frac{\widetilde{MR}}{d_2}$$

例 7: 对于例 6 我们可以求  $\sigma_{IT}, \sigma_{ST}$ 。



$$\begin{aligned} \textcircled{1} \sigma_{LT} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \\ &= \sqrt{\frac{(51 - 50.032)^2 + \cdots + (50 - 50.032)^2}{125 - 1}} = 1.335 \ 16 \end{aligned}$$

②  $\sigma_{ST}$  有多种求法，我们可用平均极差法求得：

$$\sigma_{ST} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{3.28}{2.326} = 1.410 \ 15$$

### 3. 计算短期过程能力和长期过程能力的意义

短期过程能力是过程固有的能力  $Z_{ST}$ ，而长期过程能力是所有过程变异的总能力  $Z_{LT}$ ，而  $Z_{LT}$  与  $Z_{ST}$  有一个差值  $Z_{shift}$ ：

$$Z_{shift} = Z_{ST} - Z_{LT}$$

一般  $Z_{shift} = 1.5$ ， $Z_{ST}$ ， $Z_{LT}$  可用表 12-8 公式进行计算：

表 12-8

短 期	长 期
$Z_{USL} = \frac{USL - T}{\sigma_{ST}}$	$Z_{USL} = \frac{USL - \mu}{\sigma_{LT}}$
$Z_{LSL} = \frac{LSL - T}{\sigma_{ST}}$	$Z_{LSL} = \frac{LSL - \mu}{\sigma_{LT}}$
针对目标值 (T)	针对平均值 ( $\mu$ )

如果计算出  $Z_{shift} = Z_{ST} - Z_{LT} > 1.5$ ，那么是控制问题，要加强现场管理；如果计算出来的  $Z_{shift} < 1.5$ ，那么是技术问题，要提高人员素质或进行技术改造，以提高过程能力，可用如图 12-6 表示，用短期过程能力  $Z_{ST}$  为横坐标，以  $Z_{shift}$  为纵坐标，可区分四种不同过程的技术和控制水平。



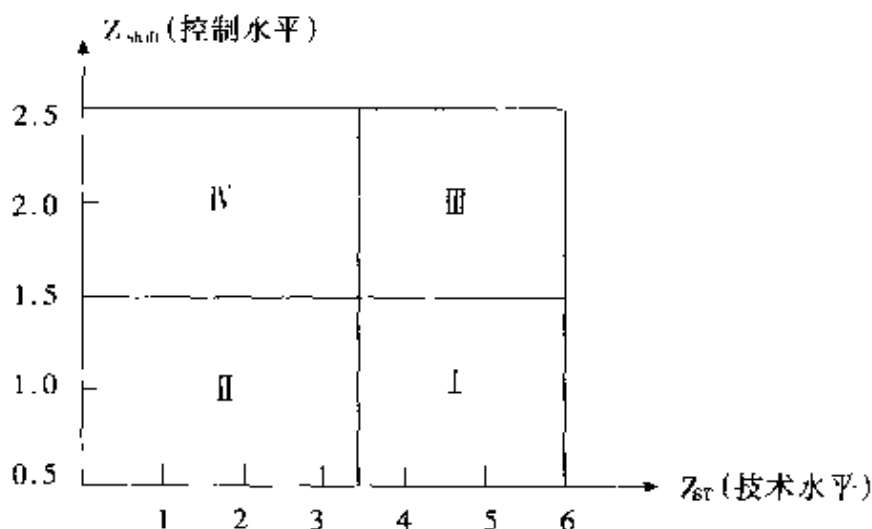


图 12-6

I 类水平：世界级企业的过程管理水平；

II 类水平：过程控制很好，技术水平不行；

III 类水平：过程控制较差，但技术水平是优良的；

IV 类水平，过程控制较差，技术水平也不行。

例 8：对于例 6 企业的注塑过程的水平进行评估。

①计算  $Z_{ST}$  的技术水平

$$Z_{STUSL} = \frac{USL - T}{\sigma_{ST}} = \frac{52 - 50}{1.41015} = 1.4183$$

$$Z_{STLSL} = \frac{LSL - T}{\sigma_{ST}} = \frac{48 - 50}{1.41015} = -1.4183$$

$$P_{USL} = [1 - \Phi(1.4183)] \times 10^6 = 78.052.71 \text{ PPM}$$

$$P_{LSL} = [\Phi(-1.4183)] \times 10^6 = 78.052.71 \text{ PPM}$$

$$P_{Total} = P_{USL} + P_{LSL} = 156.105 \text{ PPM}$$

$$Z_{ST} = \text{NORMSINV}(1 - 156.105/10^6) = 1.010596$$

②计算  $Z_{LT}$  的能力



$$Z_{LTUSL} = \frac{USL - \mu}{\sigma_{LT}} = \frac{52 - 50.032}{1.33516} = 1.451745$$

$$Z_{LTLSL} = \frac{LSL - \mu}{\sigma_{LT}} = \frac{48 - 50.032}{1.33516} = -1.49896$$

$$P_{USL} = [1 - \phi(1.451745)] \times 10^6 = 73286.25\text{PPM}$$

$$P_{LSL} = [\phi(-1.49896)] \times 10^6 = 66942.47\text{PPM}$$

$$P_{\text{Total}} = P_{USL} + P_{LSL} = 140288.7$$

$$Z_{LT} = \text{NORMSINV}(1 - 140288.7/10^6) = 1.079293$$

### ③ 计算 $Z_{\text{shift}}$

$$\begin{aligned} Z_{\text{shift}} &= Z_{ST} - Z_{LT} \\ &= 1.010596 - 1.079293 \\ &= -0.0687 < 1.5 \end{aligned}$$

从图 12-6 可知, 该企业的注塑水平为 II 类水平。该企业的注塑过程控制是很好的, 但技术能力不行, 因此建议进行技术改造, 提高注塑机操作人员的技术水平或引进新的注塑设备, 以提高注塑机的过程能力。

## ④ 计量值过程能力与计数值过程能力

### 1. 计量值过程能力和计数值过程能力的定义

上面所讨论都是假定过程服从正态分布的计量值过程能力的计算, 但实际中并非所有数据都服从正态分布, 这就要用到非正态分布的过程能力计算方法, 如表 12-9 一些分布的过程能力计算。

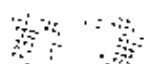


表 12-9

特性	分布
周期时间	指数分布
不良品率	二项分布
缺陷点数	泊松分布
MTBF	韦伯分布

## 2. 计数值过程能力计算方法

(1) 由滚动合格率  $R_{TY}$ , 计算过程能力。

$$R_{TY} = Y_1 \cdot Y_2 \cdots Y_K$$

$$Y_{NA} = R_{TY}^{1/k}$$

$P(d) = (1 - Y_{NA})$  求 Z 值

例 9: 某产品要经过三次自动测试或 QC 检查才能包装出货, 已知第一道 QC 检查后的合格率为  $Y_1 = 99.8\%$ , 第二道自动测试检查后的合格率为  $Y_2 = 99.9\%$ , 第三道 QC 外观检查后的合格率为  $Y_3 = 99.5\%$ , 求该产品生产过程能力。

①求滚动合格率  $R_{TY}$ :

$$\begin{aligned} R_{TY} &= Y_1 \cdot Y_2 \cdot Y_3 = 99.8\% \times 99.9\% \times 99.5\% \\ &= 0.992\ 017 \end{aligned}$$

②求正态合格率  $Y_{NA}$ :

$$Y_{NA} = (R_{TY}^{1/3}) = (0.992\ 017)^{1/3} = 0.997\ 332$$

只有求出正态合格率  $Y_{NA}$ , 才可去查正态分布表, 并计算过程能力, 有的书中就没有这一步去计算过程能力, 那是不正确的, 这里特别提醒读者注意。

③计算  $P(d)$  或 PPMO



$$P(d) = (1 - Y_{NA}) \times 10^6 = (1 - 0.997\ 332) \times 10^6 \\ = 2\ 668.116\text{PPM}$$

④根据  $P(d)$  反求正态分布表可得  $Z$  值

$$Z = \text{NORMSINV}(1 - 2\ 668.116/10^6) = 2.786$$

其实就是查 0.997 332 的正态分布表  $Z$  值。

⑤计算生产线的过程能力  $Z_{ST}$

$$Z_{LT} = Z = 2.786$$

$$Z_{ST} = Z_{LT} + 1.5 = 2.786 + 1.5 = 4.286$$

可以说明，该生产线过程（短期）能力有 4.3 个西格玛，比 6 个西格玛还相差很远，因此需要改进。

(2) 由 DPMO 计算过程能力。

DPMO 的计算公式是：

$$\text{DPMO} = \frac{D}{U \times O} \times 10^6$$

$D$  为缺陷数， $U$  为单位数， $O$  为每单位可能出现的缺陷数。

通过计算出 DPMO，可求出过程的能力。

例 10：某 PCBA 有焊点数 500 个，QC 检查了 50 块板，发现了 250 个焊点有缺陷，试求出该生产线焊接过程的能力。

$$\text{①DPMO} = \frac{D}{U \times O} \times 10^6 = \frac{250}{50 \times 500} \times 10^6 \\ = 10\ 000\text{PPM}$$

$$\text{②} Y = 1 - P(d) = 1 - \frac{10\ 000}{10^6} \\ = 1 - 0.01 = 99.9\%$$

③根据合格率  $Y$  可求  $Z$  值

$$Z = \text{NORMSINV}(0.999) = 3.090\ 245$$

④计算生产线焊接过程能力为

$$Z_{LT} = 3.090\ 245$$

$$Z_{ST} = 3.09 + 1.5 = 4.59$$

(3) 由 DPU 计算过程能力。

DPU 又叫单位缺陷数, 对服从泊松分布的计点数可以计算过程能力。DPU 的计算公式是

$$DPU = \frac{D}{U}$$

D 是缺陷数, U 为单位数。由泊松分布可知:

$$Y = P(x=0) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = e^{-\lambda} = e^{-DPU}$$

$$P(d) = 1 - Y = 1 - e^{-DPU}$$

根据  $P(d)$  可求出 Z 值。

例 11: 某纺织厂生产了 10 000 米布, 发现有 100 个疵点, 如果每 25 米布为一个单位, 计算该厂生产过程能力。

① 计算单位数:  $U = \frac{10\,000}{25} = 400$  (单位数)

② 计算 DPU:  $DPU = \frac{D}{U} = \frac{100}{400} = 0.25$

③ 计算合格率 Y

$$Y = e^{-DPU} = e^{-0.25} = 0.778\,8$$

④ 计算  $P(d)$  可求出 Z 值

$$\begin{aligned} P(d) &= (1 - Y) \times 10^6 = (1 - 0.778\,8) \times 10^6 \\ &= 22\,119.92\text{PPM} \end{aligned}$$

$$Z = \text{NORMSINV}(0.778\,8) = 0.768$$

$$Z_{LT} = 0.768$$

$$Z_{ST} = 0.768 + 1.5 = 2.268$$

以上这些都是基于非正态分布的过程能力计算, 我们也可用 MIMITAB 进行非正态数据的过程能力计算, 笔者在《六西格玛入门》一书中已有提及和应用, 请参考该书, 在此不再赘述。



## SPC 在线管理

随着计算机的日益普及和网络技术的发展，SPC 远程控制和在线控制成为可能，这极大地方便了过程管理者对过程的监控，SPC 在线远程控制系统已经越来越广泛地应用到过程管理控制中。

### 1. SPC 在线远程控制系统架构

SPC 在线远程控制系统一般由过程采集器、过程分析器、过程监控器、路由器和服务器以及 SPC 软件所构成。如图 12-7 所示：

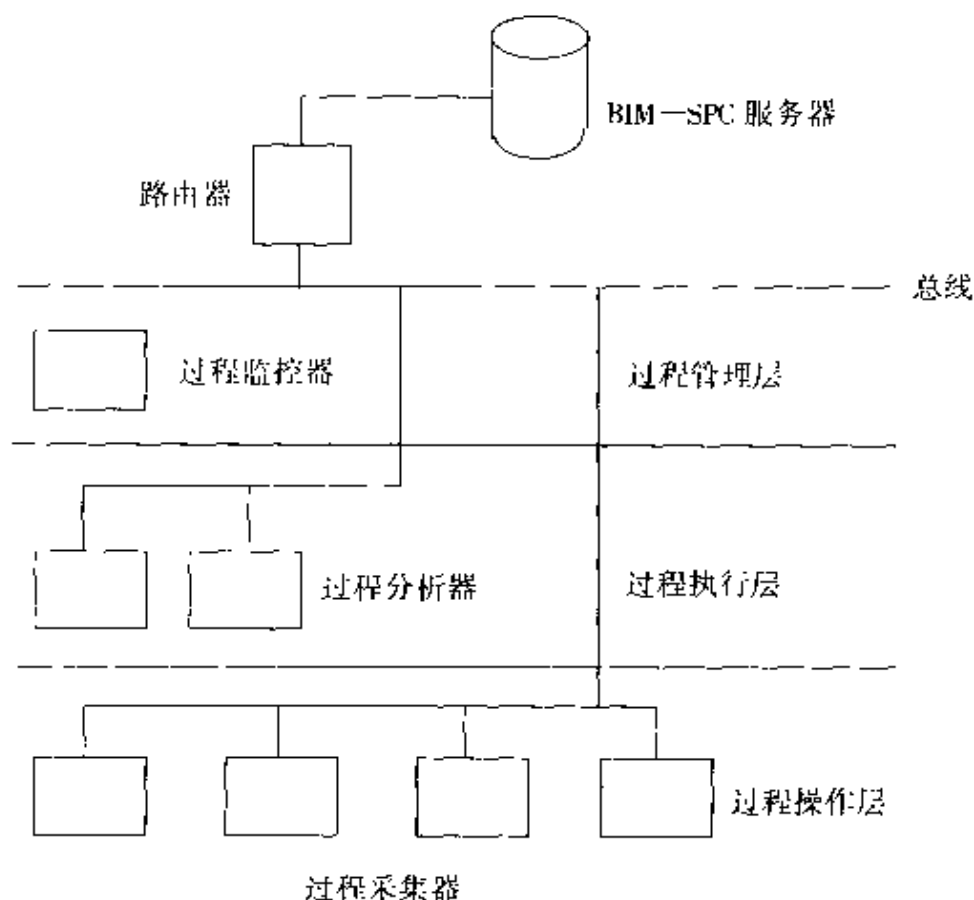


图 12-7

过程操作层是员工/组长进行数据采集和数据录入的基础层,将过程信息输入至 BIM-SPC 服务器进行在线控制。

过程执行层是主管/工程师对过程进行分析,查找过程变异原因和调整过程参数,它通过过程分析器对在线数据处理分析,为过程改善提供依据。

过程管理层是经理/总监对过程报表进行查询,对过程实施监控,以使过程处于稳定状态。

BIM-SPC 服务器,现在是能够容纳多达 1 000 亿个样本容量,实时监控过程在线变化,是过程控制的最好选择,可快捷及时在线处理各种复杂问题,可以实现对过程的有效监控。

## 2. SPC 在线远程控制系统的实施及对策

SPC 在线远程控制系统是一个信息化管理系统,在实施过程中要做好如下几个方面的工作。

(1) 最高管理者的认识和重视。SPC 控制系统是过程控制的有效工具,最高管理者应该充分认识到 SPC 控制系统的重要作用,带领员工积极参与到 SPC 实施和应用中去,及时提供资源,有效发动下属将 SPC 控制系统实施和应用提到重要的高度。

(2) 制定详细的 SPC 控制系统实施计划。SPC 控制系统的实施不是一蹴而就的,要责成有关主管部门制定详细的 SPC 控制系统实施计划,要有明确的时间表和具体负责人,管理者要及时监控项目的实施情况和进展情况,对出现的问题要及时进行调整,对完不成任务的里程碑时间要进行调整,不能影响到 SPC 控制系统计划的滞后。

(3) 做好 SPC 培训工作。同 SPC 控制系统实施计划一样,要做好 SPC 培训计划。请专业的顾问师分层次进行 SPC 培训,



对基层员工、中层干部、高层管理者进行系统培训，要保证 SPC 的培训效果，使全局形成一种 SPC 系统实施的氛围。

(4) 确定关键过程变量。在 SPC 控制系统实施过程中，首先要确定影响过程变异的关键变量，要确定好过程的控制点、控制内容、数据类型及适用的控制图等。其次是以生产中最常出现问题的过程为突破口，对过程进行控制和分析，使其生产过程达到稳定状态。再次是在作为突破口的过程达到稳定状态后将此方法推行到整个生产过程，使整个企业的生产过程都达到稳定状态。

(5) 收集数据。数据收集是确保 SPC 推行成功的关键，要保证 SPC 所需数据的完整性和准确性。要确定好每一个过程的抽样时间间隔、样本的大小、随机抽样安排、抽样的分布等方面的内容。

(6) 统计分析。BIM-SPC 系统具有统计分析功能，可进行自动数据采集、过程能力分析、数据和图表自动生成。通过报表分析，可发现过程中所存在的问题，并及时采取纠正行动。

(7) 采取改善措施。对 SPC 在线过程中存在变异的情形，要能自动报警并采取改善行动，确保过程处于稳定的工作状态。

(8) 表扬和鼓励 SPC 推行的先进单位和个人。最高管理者要及时表扬和鼓励 SPC 系统推行得好的先进单位和个人，及时发现 SPC 推行工作中所存在的问题，有针对性的解决问题，确保 SPC 系统的顺利推进。

### 3. SPC 在线远程控制系统的优点

(1) 实时监控企业质量管理过程，全面掌握质量动态，具



备过程变异报警功能，能够及时发现质量问题，以采取纠正措施。

(2) 多种控制图提供过程变异分析方法，提供质量管理决策支持，使管理者能找出使过程变异的原因，有助于企业持续改善质量。

(3) 降低生产成本，提高企业收益。

(4) 获得采购商对质量管理的认可，从而获得更多客户。



# 附录

## BIM - SPC 咨询

### 解决方案 (PPT)

#### 一、什么是 SPC

- SPC——Statistical Process Control (统计过程控制)。
- 含义——利用统计技术对过程中的各个阶段进行监控，从而达到保证产品质量的目的。
- 统计技术——数理统计方法。

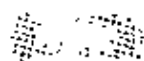
## 二、SPC 的特点

### ■ SPC 的特点（一）

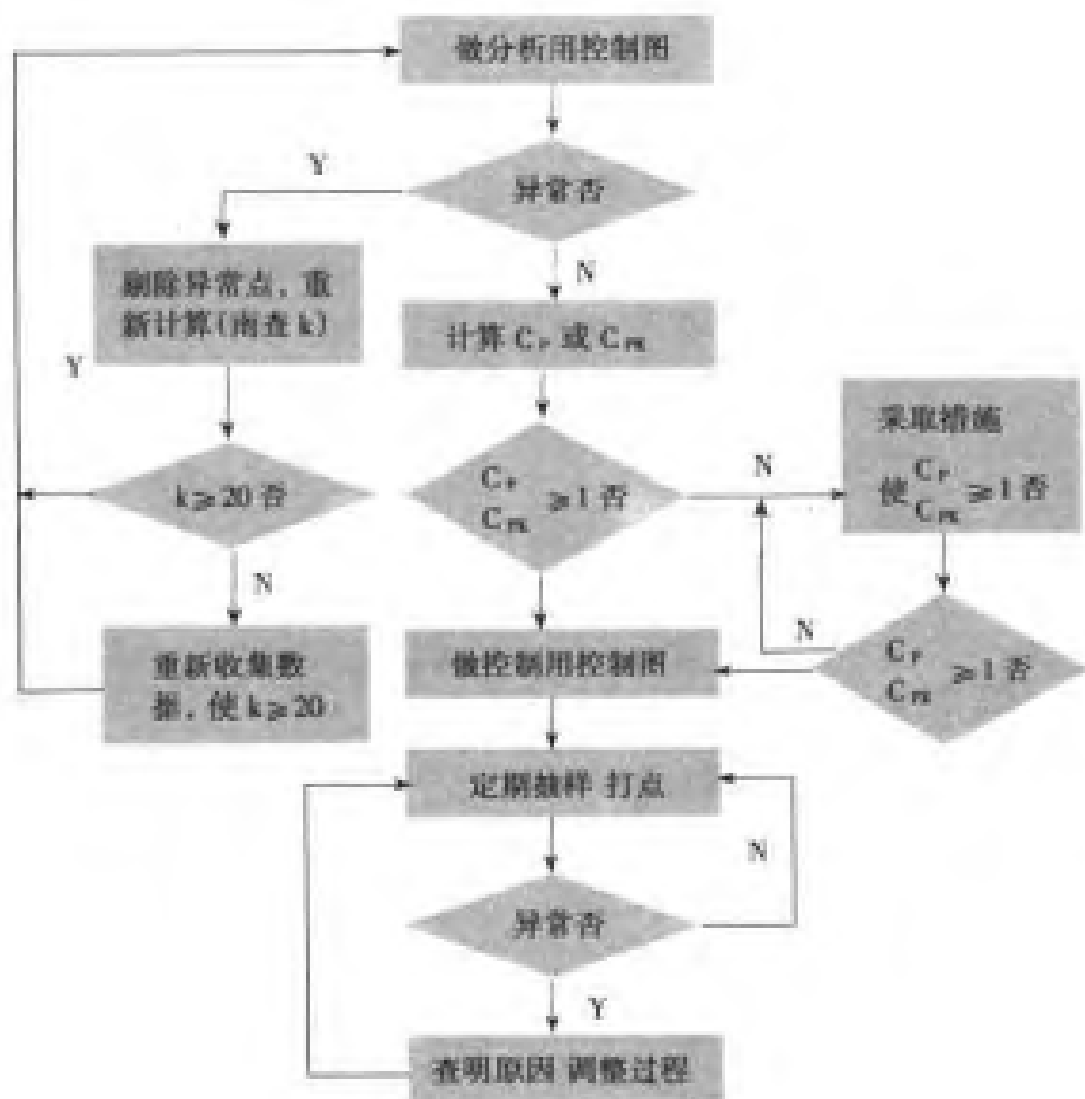
- 与全面质量管理相同，强调全员参与，而不是只依靠少数质量管理人员。
- 强调应用统计方法来保证预防原则的实现。
- SPC 不是用来解决个别工序采用什么控制图的问题，而是强调从整个过程、整个体系出发来解决问题。SPC 的重点就在于“P（Process，过程）”。
- 可判断过程的异常，及时告警。
- 不能告知异常是什么因素引起的。

### ■ SPC 的特点（二）

- 分析用控制图
  - 判断过程是否稳定，若不稳定，调至稳定。
  - 过程的过程能力指数是否满足要求，满足要求的则称之为技术稳定。
- 控制用控制图
  - 延长分析控制图的控制线。



## ■ SPC 的特点 (三)



### 三、两类基本变异原因

- 变异的偶然原因。

——归因于许多微小的不可避免的变异来源的累积影响。

——变异的偶然原因也被称为：

- 共有变异
- 随机变异
- 固有变异
- 自然变异

——当一个过程运行于只存在偶然原因变异的情况下时，称其处于受控状态。

- 变异的可归属原因。

——与偶然变异不同的过程变异，它会扰乱一个过程，使其输出失常。

——这类变异的例子有：

- 错误地调整机器
- 过多的工具磨损
- 有缺陷的原材料

——当一个过程运行于存在特殊原因的状态下时，称为该过程失控。



## 四、为什么要进行 SPC 培训

- 时代的需要：21 世纪是质量的世纪，提出超严质量要求，是世界发展的大方向。

——电子产品的不合格品率由过去的百分之一、千分之一降低到百万分之一（ppm, parts per million），乃至十亿分之一（ppb, parts per billion）。

- 科学的要求：要保证产品质量、要满足 21 世纪超严质量要求就必须应用质量科学。

——生产控制方式由过去的  $3\sigma$  控制方式改为  $6\sigma$  控制方式。

—— $3\sigma$  控制方式下的稳态不合格品率为  $2.7 \times 10^{-3}$ 。

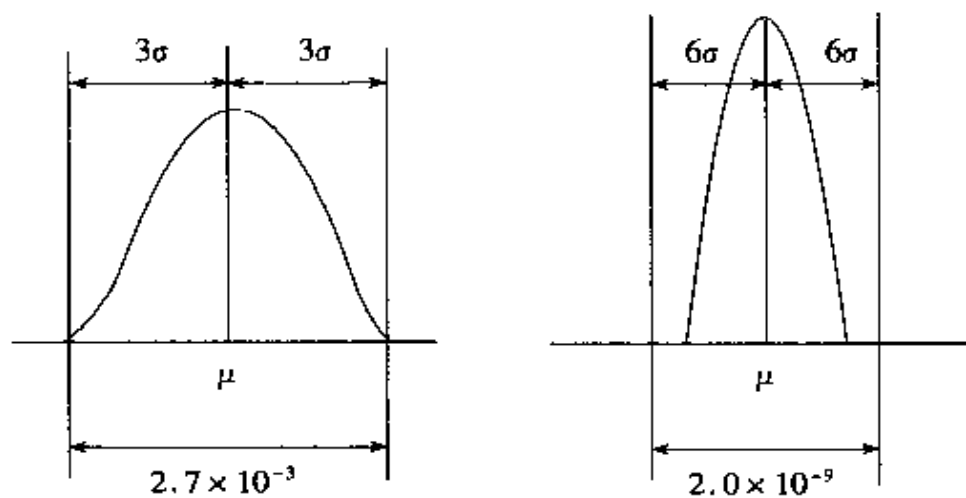
—— $6\sigma$  控制方式下的稳态不合格品率为  $2.0 \times 10^{-9}$ 。

——后者的不合格品率比前者降低了：

$2.7 \times 10^{-3} / 2.0 \times 10^{-9} = 1.35 \times 10^6$ ，即一百三十五万倍！



## 五、 $3\sigma$ 控制方式与 $6\sigma$ 控制方式的比较





## 六、开展 SPC 培训的步骤

- 培训 SPC。
  - 正态分布等统计基础知识。
  - 品管七工具：调查表、分层法、散布图、排列图、直方图、因果图、控制图。
  - 过程控制网图的做法。
  - 过程控制标准的做法。
- 确定关键质量因素。
  - 对每道工序，用因果图进行分析，找出所有关键质量因素，再用排列图找出对最终产品影响最大的因素，即关键质量因素。
  - 列出过程控制网图，即按工艺流程顺序将每道工序的关键质量因素列出。
- 制订过程控制标准。
- 对过程进行监控。
- 对过程进行诊断并采取措施解决问题。



## 七、控制图原理

### ■ 控制图原理（一）

#### • SPC 控制图。

——对过程质量加以测定、记录并进行控制管理的一种用统计方法设计的图。

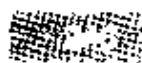
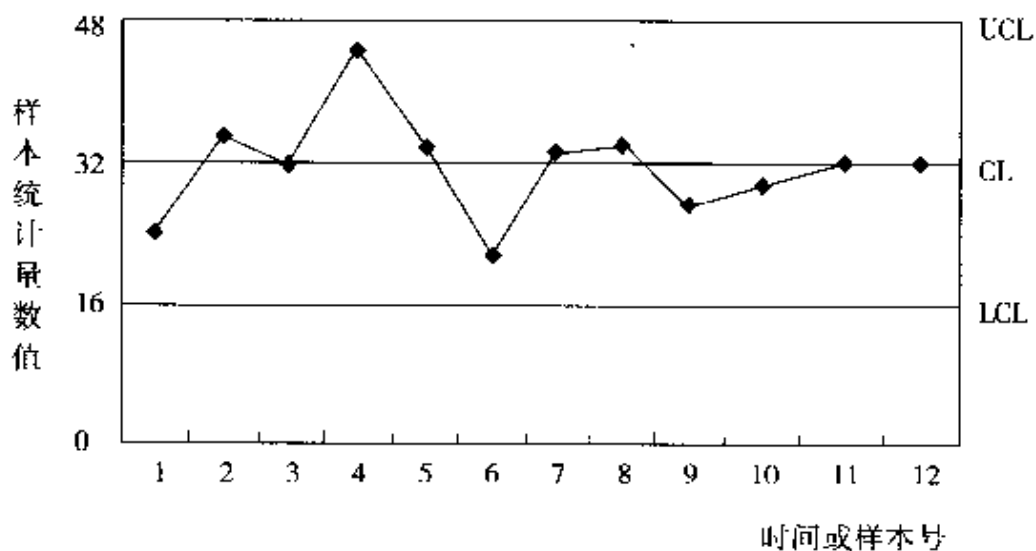
#### • 控制图的组成。

——UCL (Upper Control Limit) 上控制限

——LCL (Lower Control Limit) 下控制限

——CL (Central Line) 中心线

——按时间顺序抽取的样品统计量数值的描点序列



## ■ 控制图原理（二）

- 统计质量观点。
  - 现代质量管理的基本观点之一。
- 产品质量具有变异性。
  - “人、机、料、法、环” + “软（件）、辅（助材料）、（水、电、汽）公（用设施）”。
- 变异具有统计规律性。
  - 随机现象→统计规律。
  - 随机现象：在一定条件下可能发生也可能不发生的现象。

## ■ 控制图原理（三）

- 分组、统计、作直方图。
- 具体步骤如下：
  - 找出最大值和最小值，确定数据分散宽度。
    - 数据分散宽度 = （最大值 - 最小值）
  - 确定组数。  $k \approx \sqrt{n}$
  - 确定组距。  $h = (\text{最大值} - \text{最小值}) / \text{组数}$
  - 确定各组的边界。
    - 第一组的组下限 = 最小值 - 最小测量单位的一半
    - 第一组的组上限 = 第一组的组下限 + 组距 = 第二组的组下限
    - 第二组的组上限 = 第二组的组下限 + 组距 = 第三组的组下限，依此类推。
  - 确定各组的频数。
  - 作直方图。
  - 观察直方图的特点：中间高、两头低、左右对称。



## ■ 控制图原理 (四)

• 正态分布 (Normal Distribution) 是当抽取的数据个数趋于无穷大而区间宽度趋向于 0 时, 外形轮廓的折线就趋向于光滑的曲线, 即概率密度曲线。

——特点: 面积之和等于 1。

$$f_N(x; \sigma^2, \mu) = (1/\sigma \sqrt{2\pi}) \exp[-(x - \mu)^2 / 2\sigma^2]$$

• 两个重要的参数:

—— $\mu$  (mu) ——位置参数和平均值 (mean value), 表示分布的中心位置和期望值

$\sigma$  (sigma) ——尺度参数, 表示分布的分散程度和标准偏差 (standard deviation)。

• 两个参数的意义。

—— $\mu$  (mu) ——反映整体的综合能力。

—— $\sigma$  (sigma) ——反映实际值偏离期望值的程度, 其值越大, 表示数据越分散。

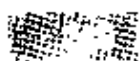
——它们之间是互相独立的。

• 质量管理中的应用。

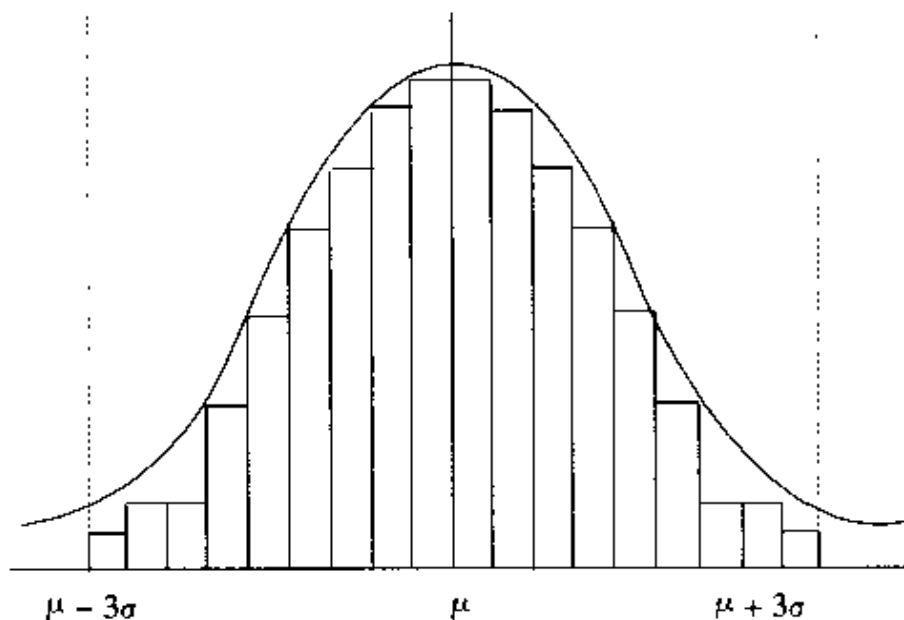
——不论  $\mu$  与  $\sigma$  的取值如何, 产品质量特性落在  $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$  范围内的概率为 99.73%。

——落在  $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$  范围外的概率为  $1 - 99.73\% = 0.27\%$ 。

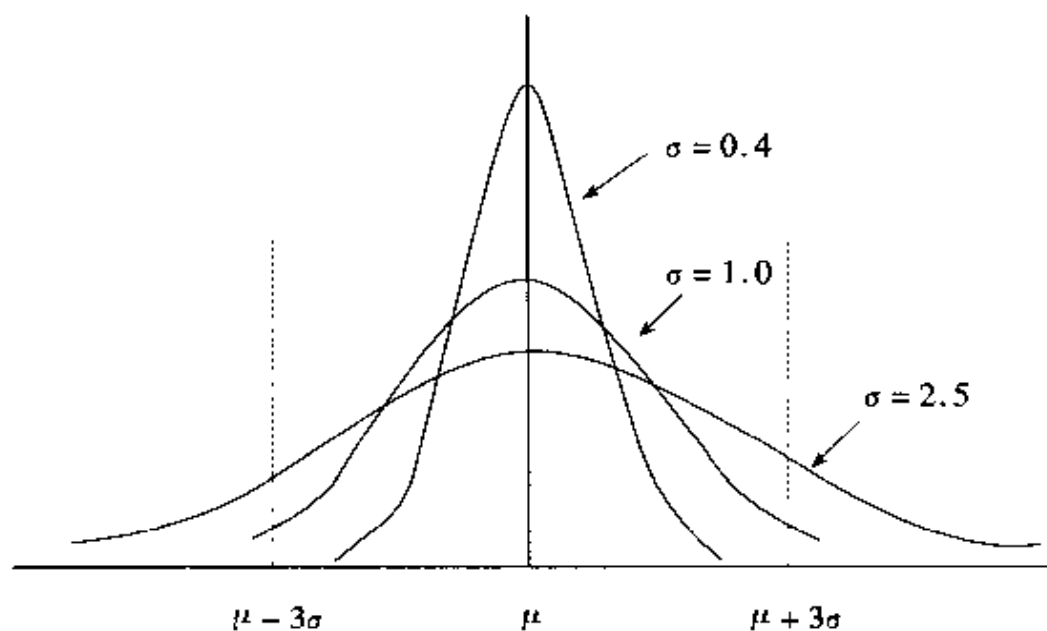
——落在大于  $\mu + 3\sigma$  一侧的概率为  $0.27\% / 2 = 0.135\% \approx 1\%$ 。



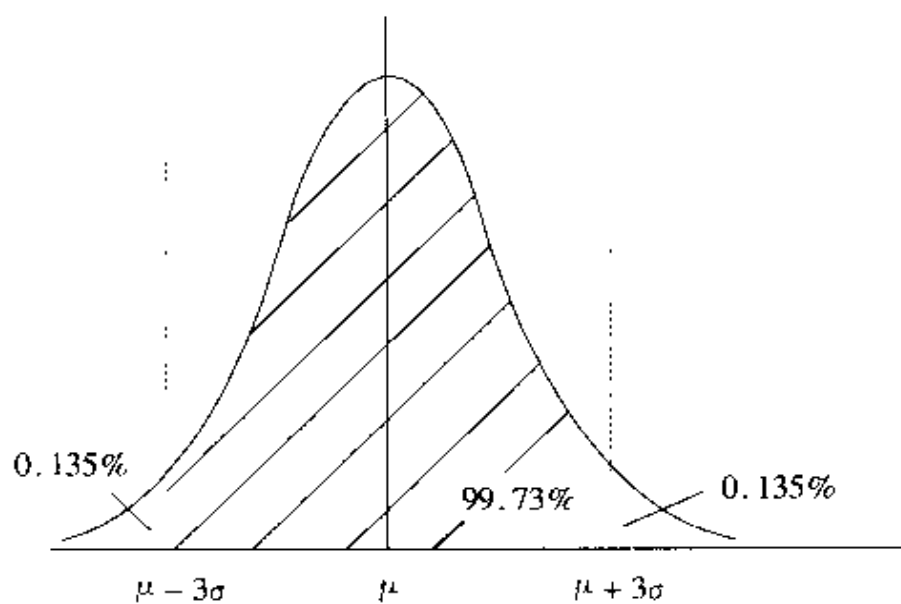
## ■ 控制图原理 (五)



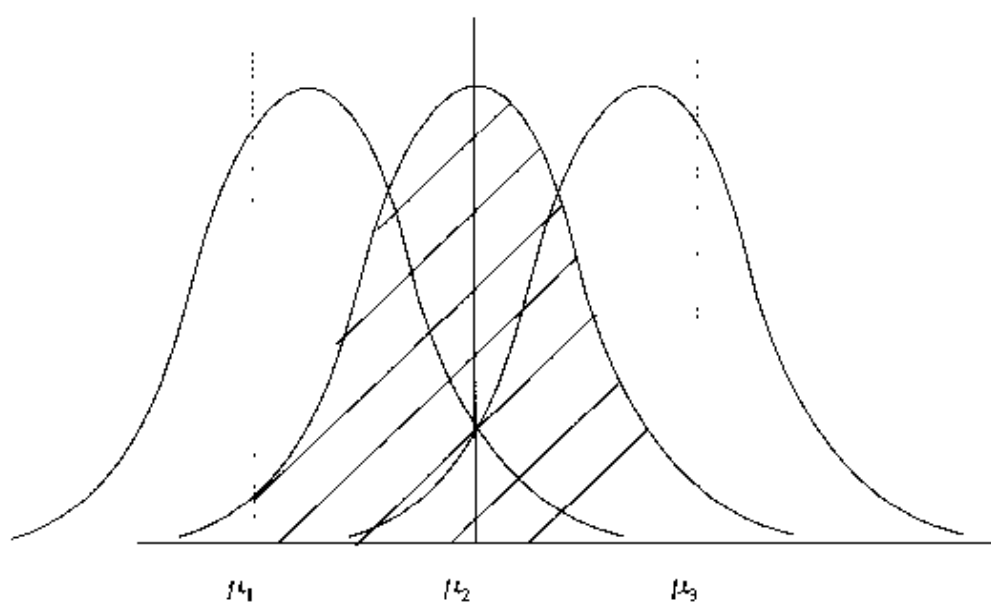
直方图趋近光滑曲线



正态曲线随着标准差( $\sigma$ )的变化情况



正态分布曲线下的面积



正态曲线随着平均值( $\mu$ )的变化情况



## ■ 控制图原理（六）

- 控制限的确定。

——上控制限： $UCL = \mu + 3\sigma$

——中心线： $CL = \mu$

——下控制限： $LCL = \mu - 3\sigma$

- 控制图原理的两种解释。

——第一种解释：“点出界就判异。”

小概率事件原理：小概率事件实际上不发生，若发生即判异常。控制图就是统计假设检验的图上作业法。

——第二种解释：“要抱西瓜，不要抓芝麻。”

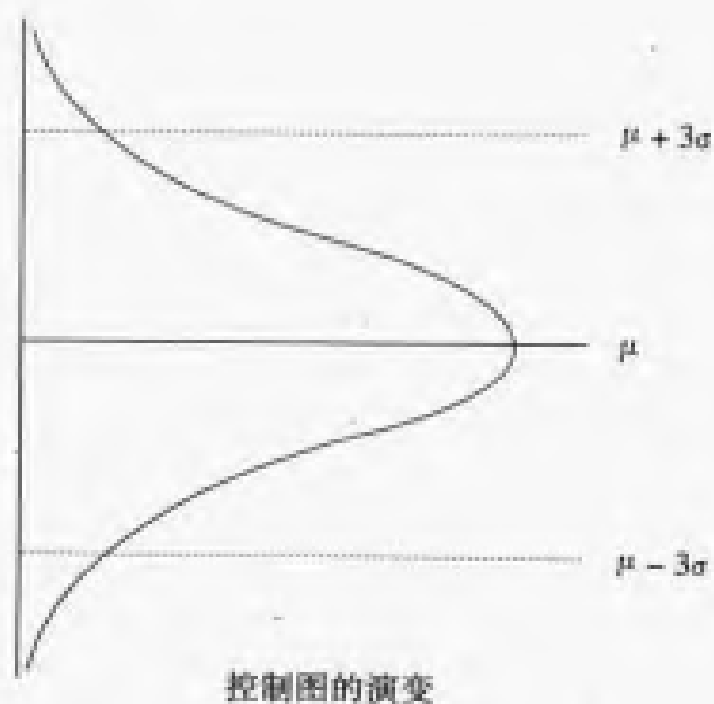
质量波动的原因 = 必然因素 + 偶然因素（异常因素）

必然因素——始终存在，对质量影响微小，难以消除，是不可避免的；

偶然因素——有时存在，对质量影响很大，不难消除，是可以避免的。

- 休哈特控制图的实质就是区分必然因素与偶然因素的，控制限就是区分必然波动与偶然波动的科学界限。



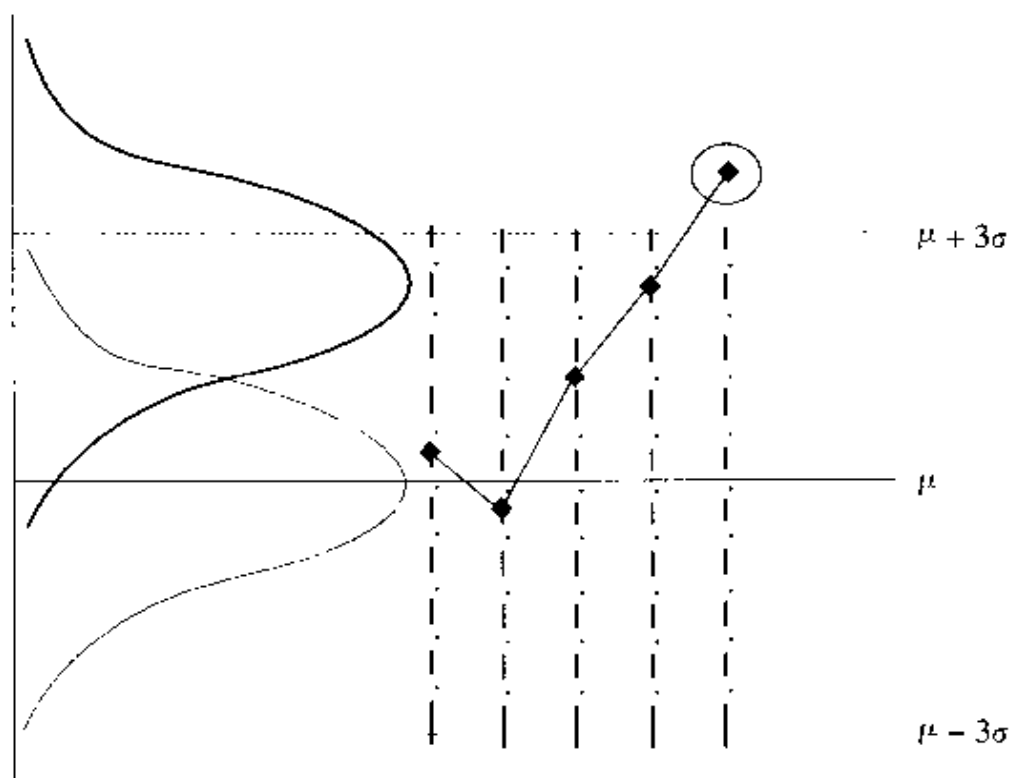


## ■ 控制图原理（七）

### • SPC 预防原则

——26 字真经：点出界就判异，查出异因，采取措施，保证消除，不再出现，纳入标准。





控制图的“点出界就判异”

### ■ 控制图原理（八）

- 使用 SPC 控制图应考虑的问题。
  - 控制图用于何处？
  - 如何选择控制对象？
  - 怎样选择控制图？
  - 如何分析控制图？
  - 点出界或违反其他准则的处理。
  - 控制图的重新制定。
  - 控制图的保管问题。



### ■ 控制图原理（九）

- 常用的计量型 SPC 控制图。

$\bar{X} - R$  控制图（计量值、正态分布）

$\bar{X} - S$  控制图（计量值、正态分布）

Median - MR 控制图（计量值、正态分布）

### ■ 控制图原理（十）

- 常用的计数型 SPC 控制图。

——不合格品率  $p$  控制图（计件值、二项分布）

——不合格品数  $np$  控制图（计件值、二项分布）

——缺陷率  $u$  控制图（计点值、泊松分布）

——缺陷数  $c$  控制图（计点值、泊松分布）

### ■ 控制图原理（十一）

- 高级 SPC 控制图。

——EWMA 控制图（计量值、正态分布）

——CUSM 控制图（计量值、正态分布）

### ■ 控制图原理（十二）

- $\bar{X} - R$  控制图是计量值最常用的、最重要的控制图。

- $\bar{X} - R$  控制图的控制限。

$\bar{\bar{x}}$ （均值）的控制限

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$CL = \bar{\bar{x}}$$

$$LCL = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$



A<sub>2</sub> 系数表

n	2	3	4	5	6	7	8
A <sub>2</sub>	1.880	1.023	0.729	0.577	0.483	0.419	0.373

——R 的控制限

$$UCL = D_4 \bar{R}$$

$$CL = \bar{R}$$

$$LCL = D_3 \bar{R}$$

D<sub>3</sub>、D<sub>4</sub> 系数表

n	2	3	4	5	6	7	8
D <sub>3</sub>	0	0	0	0	0	0.076	0.136
D <sub>4</sub>	3.267	2.574	2.282	2.114	2.004	1.924	1.864

### ■ 控制图原理 (十三)

•  $\bar{X} - R$  控制图的操作步骤:

- 确定对象、抽取数据;
- 合理分组;
- 计算  $\bar{x}_i$ 、 $R_i$ ;
- 计算  $\bar{\bar{x}}$ 、 $\bar{R}$ ;
- 计算 R 图的控制限、 $\bar{x}$  图的控制限;
- 将数据在图中打点并作图。



## ■ 控制图原理 (十四)

- P 图的控制限。

P—Chart 的上、下限由下列公式确定：

$$CL = \bar{P}$$

$$UCL = \bar{P} + 3 \sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$$

$$LCL = \bar{P} - 3 \sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$$

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^K d_i}{\sum_{i=1}^K n_i} \quad (d_i \text{ 为不合格数, } K \text{ 为抽取样本组数, } K \geq 25, n_i$$

为第 i 组内的样本数)

## ■ 控制图原理 (十五)

- C 图的控制限。

C—Chart 上、下限由下列公式确定：

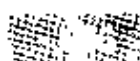
$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^K C_i}{K} \quad (K \text{ 为抽取样本组数, } K \geq 25, \text{ 每组内的}$$

样本数是相同的)

$$CL = \bar{C}$$

$$UCL = \bar{C} + 3 \sqrt{\bar{C}}$$

$$LCL = \bar{C} - 3 \sqrt{\bar{C}}$$



## ■ 控制图原理（十六）

- U 图的控制限。

U—Chart 上、下限由下列公式确定：

$$U = c/n$$

$$\bar{U} = \frac{\sum_{i=1}^K C_i}{\sum_{i=1}^K n_i}$$

$$\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^K n_i}{K}$$

$$UCL_u = \bar{U} + 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{\bar{n}}}$$

$$UCL_l = \bar{U} - 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{\bar{n}}}$$

(C 为每一样本组内的缺陷数目，n 为某一样本组的产品单位数，U 为各样本组的单位平均缺陷数，k 为样本组数)

## ■ 控制图原理（十七）

- 计量值控制图与计数值控制图的比较。

——计量值控制图的最大优点是灵敏度高，往往在真正造成不合格品之前已经及时发现异常，所需的样本容量比计数值控制图小很多；

——在有多种判据的场合，若有任何一个判据不满足，就认为不合格时，则用计数值控制图处理比较简单。



## ■ 控制图原理（十八）

- 多品种、小批量生产的控制。

——加工制造业 50% 以上属于多品种、小批量生产。

——多品种、小批量的关键在于批量小、数据少。

- 解决途径。

——将相似工序的数据，即同类型分布的数据，经过数学变换成为统一分布的数据，积少成多，在同一张控制图上进行控制。如通用图法、相对公差法、固定样本容量法等。

## ■ 控制图原理（十九）

- 相似工序。

——同一类型的质量指标；

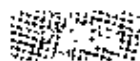
——同一台或同型号设备；

——同一类型的加工件；

——同一组操作人员；

——同一类型的操作；

——在同一车间内，即同一个环境内。



## ■ 控制图原理 (二十)

- 通用图法。

——应用标准变换使  $N(\mu_i, \sigma_i)$ , 对所有的  $i \rightarrow N(0, 1) \rightarrow$  在通用图上统一控制。

- 标准变换。

——设统计量为  $y$ , 则定义  $y$  的标准变换为:

$$y_T = \frac{y - \mu}{\sigma} \quad \text{为 } 0、1 \text{ 变换}$$

- $3\sigma$  方式的标准变换。

$$UCL_T = \frac{UCL - \mu}{\sigma} = \frac{\mu + 3\sigma - \mu}{\sigma} = 3$$

$$CL_T = \frac{CL - \mu}{\sigma} = \frac{\mu - \mu}{\sigma} = 0, \sigma > 0$$

$$LCL_T = \frac{LCL - \mu}{\sigma} = \frac{\mu - 3\sigma - \mu}{\sigma} = -3$$

## 八、过程能力分析

### ■ 过程能力分析 (一)

- 过程能力指数的定义。

——过程能力是指过程的加工质量满足技术标准的能力, 是衡量加工内在一致性的标准, 决定于质量因素人、机、料、法、环, 与公差无关。

稳态时, 99.73% 的产品落在  $(\mu - 3, \mu + 3)$  范围内, 因此将过程能力  $PC$  定义为:  $PC = 6\sigma$ 。

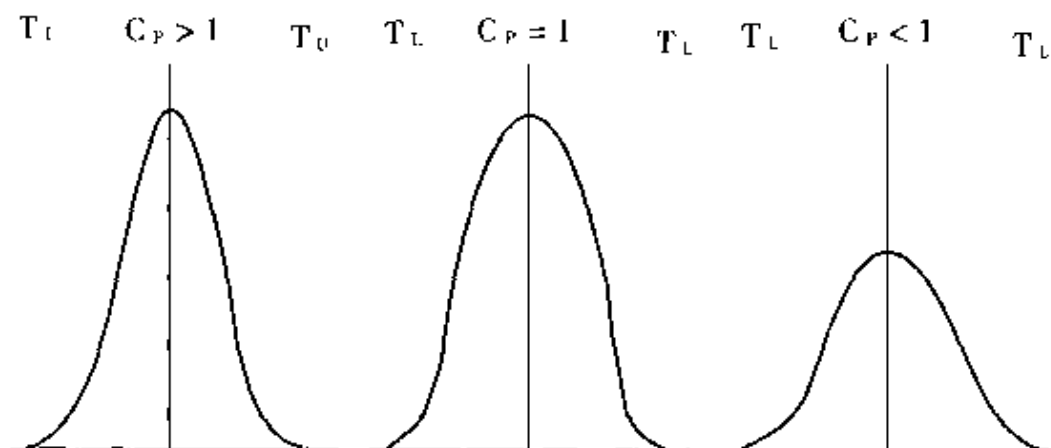
——生产能力是指加工数量方面的能力。

——过程能力指数—— $C_p$  是指过程能力满足产品技术标准 (产品规格、公差) 的程度。



## ■ 过程能力分析 (二)

- 双侧规格情况的过程能力指数。
- $T$ ——技术规格的公差幅度；
- $T_U$ 、 $T_L$ ——规格上、下限；
- $\sigma$ ——总体标准差， $s$ ——样本标准差；
- $C_p = T/6\sigma = (T_U - T_L) / 6\sigma = (T_U - T_L) / 6s$ ；
- 当  $T = 6\sigma$ ， $C_p = 1$ ，这时候既满足技术要求又很经济。

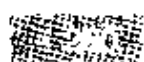


各种分布情况下的  $C_p$  值

## ■ 过程能力分析 (三)

过程能力指数  $P_p$  值的评价标准 (旧标准)

$C_p$ 值的范围	级别	过程能力的评价
$C_p \geq 1.67$	I	过高 (应视具体情况而定)
$1.67 > C_p > 1.33$	II	充分
$1.33 > C_p > 1.0$	III	尚可, 但接近 1.0 时要注意
$1.0 > C_p > 0.67$	IV	不足, 需要采取措施
$0.67 > C_p$	V	严重不足





## ■ 过程能力分析（四）

过程能力指数的评价标准（新标准）

$\sigma$ Level	%	PPM
6 (2)	99.999 66	3.4
5 (1.667)	99.976 7	233
4 (1.33)	99.379	6 210
3 (1)	93.319 3	66 807
2 (0.667)	69.146 3	308 537
CP	良品率	不良机会缺陷率

## ■ 过程能力分析（五）

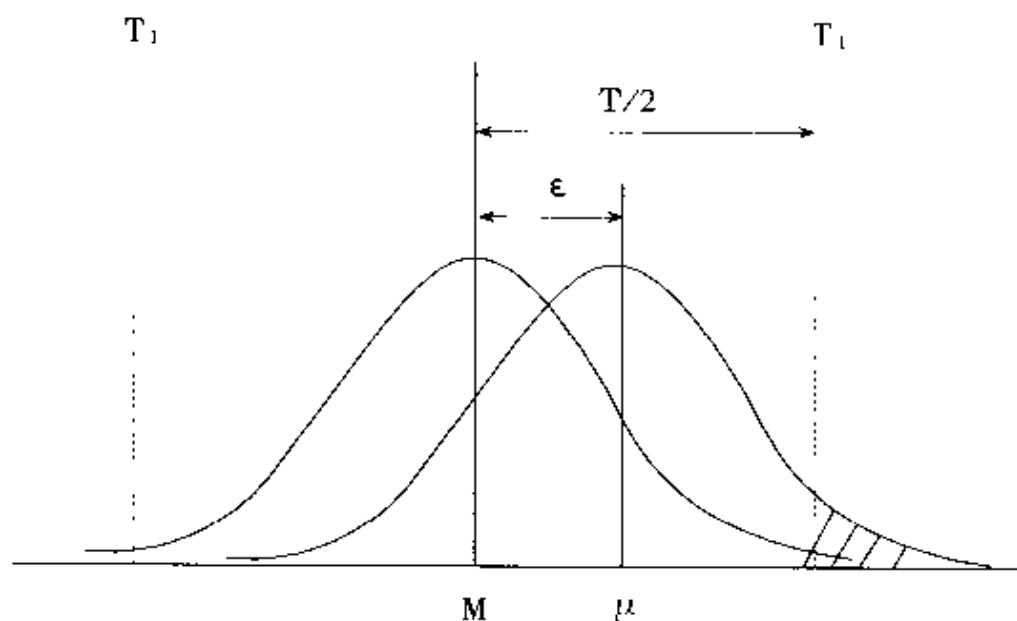
- 有偏移情况的过程能力指数。

——定义分布中心  $\mu$  与公差中心  $M$  的偏移为：

$$\epsilon = |M - \mu|;$$

——与  $M$  的偏移度  $K$  为： $K = \epsilon / (T/2) = 2\epsilon/T$ ;

—— $C_{pk} = (1 - K)C_p = (1 - K) \times T/6\sigma \approx (1 - K) \times T/6s$ 。



## 九、BIM - SPC 在线控制

- 什么是 BIM - SPC 在线控制？
- 含义——利用 BIM 技术对过程中的各个阶段进行在线监控，从而达到保证产品质量的目的。
- BIM 技术——SPC 系统集成方法。

## 十、BIM - SPC 系统

- 利用 BIM 技术对过程中的各个阶段进行在线数据采集，从而适时监控过程品质并报警。
- BIM 技术——采集处理数据每秒 2 亿个，可扩展端口 10 万个，可生成各种 SPC 图表，为决策者提供科学的决策依据。

## 十一、6Sigma - SPC 系统

- 利用 BIM 技术对过程中的各个阶段进行在线数据采集，在 BIM - SPC 系统基础上，发展的 6Sigma - SPC 系统。
- 6Sigma - SPC 系统——采集处理数据每秒 10 亿个，可扩展端口 50 万个，可生成各种 6Sigma - SPC 图表，为决策者提供科学的依据。



## 参考文献

1. 唐晓芬主编. 六西格玛核心教程. 北京: 中国标准出版社, 2002
2. 马林主编. 六西格玛管理. 北京: 中国人民大学出版社, 2004
3. 唐晓芬主编. 六西格玛绿带读本. 北京: 中国财政经济出版社, 2002
4. 焦叔斌等译. 朱兰质量手册. 北京: 中国人民大学出版社, 2003
5. 戴永久等译. 戴明论质量管理. 海口: 海南出版社, 2003
6. GB/T4886 - 2002 带警戒限的均值控制图.
7. GB/T4887 - 1985 计数型累积和图.
8. 张公绪, 孙静主编. 质量工程师手册. 北京: 企业管理出版社, 2002
9. 张驰, 文放怀主编. 现代品质管理技术. 深圳: 海天出版社, 2001
10. 张驰, 文放怀编著. 六西格玛实战. 广州: 广东经济出版社, 2003

# 全国Mini-MBA职业经理双证班



精品课程 权威双证 全国招生 请速充电

教委批准成立正规管理类教育机构，近 20 年实战教育经验，值得信赖！（教证：0000154160 号）

全国迷你 MBA 职业经理双证书班<sup>®</sup>，全国招生，毕业颁发双证书，近期开课。咨询电话：13684609885

## 招生专业及其颁发证书

认证项目	颁发双证	学 费
全国《职业经理》MBA 高等教育双证书班	高级职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《人力资源总监》MBA 双证书班	高级人力资源总监职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修证书	1280 元
全国《生产经理》MBA 高等教育双证班	高级生产管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《品质经理》MBA 高等教育双证班	高级品质管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《营销经理》MBA 高等教育双证班	高级营销经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《物流经理》MBA 高等教育双证班	高级物流管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《项目经理》MBA 高等教育双证班	高级项目管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《市场总监》MBA 高等教育双证书班	高级市场总监职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《酒店经理》MBA 高等教育双证班	高级酒店管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《企业培训师》MBA 高等教育双证班	企业培训师高级资格认证毕业证书+2 年制 MBA 高等教育研修证书	1280 元
全国《财务总监》MBA 高等教育双证班	高级财务总监职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《营销策划师》MBA 双证书班	高级营销策划师高级资格认证证书+2 年制 MBA 高等教育研修证书	1280 元
全国《企业总经理》MBA 高等教育双证班	全国企业总经理高级资格证书+2 年制 MBA 高等教育研修结业证书	1280 元
全国《行政总监》MBA 高等教育双证班	高级行政总监职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《采购经理》MBA 高等教育双证班	高级采购管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《医院管理》MBA 高等教育双证班	高级医院管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《IE 工业工程管理》MBA 双证班	高级 IE 工业工程师职业资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《企业管理咨询师》MBA 双证班	高级企业管理咨询师资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元
全国《工厂管理》MBA 高等教育双证班	高级工厂管理职业经理资格证书+2 年制 MBA 高等教育结业证书	1280 元



### 【授课方式】 全国招生、函授学习、权威双证

我校采用国际通用3结合的先进教育方式授课：远程函授+视频光盘+网络学院在线辅导（集中面授）



### 【颁发证书】 学员毕业后可以获取权威双证书与全套学员学籍档案

- 1、毕业后可以获取相应专业钢印《高级职业经理资格证书》；
- 2、毕业后可以获取2年制的《MBA研究生课程高等教育研修结业证书》；



### 【证书说明】

- 1、证书加盖中国经济管理大学钢印和公章（学校官方网站电子注册查询、随证书带整套学籍档案）；
- 2、毕业获取的证书与面授学员完全一致，无“函授”字样，与面授学员享有同等待遇，



### 【学习期限】 3个月（允许有工作经验学员提前毕业，毕业获取证书后学校仍持续辅导2年）



### 【收费标准】 全部费用1280元（含教材光盘、认证辅导、注册证书、学籍注册等全部费用）

函授学习为你节省了大量的宝贵的学习时间以及昂贵的MBA导师的面授费用，是经理人首选的学习方式。



### 【招生对象】

- 1、对管理知识感兴趣，具有简单电脑操作能力（有2年以上相应工作经验者可以申请提前毕业）。
- 2、年龄在20—55岁之间的各界管理知识需求者均可报名学习。



### 【教程特点】

- 1、完全实战教材，注重企业实战管理方法与中国管理背景完美融合，关注学员实际执行能力的培养；
- 2、对学员采用1对1顾问式教学指导，确保学员顺利完成学业、胸有成竹的走向领导岗位；
- 3、互动学习：专家、顾问24小时接受在线教学辅导+每年度集中面授辅导



### 【考试说明】

1. 卷面考核：毕业试卷是一套完整的情景模拟试卷（与工作相关联的基础问卷）
2. 论文考核：毕业需要提交2000字的论文（学员不需要参加毕业论文答辩但论文中必修体现出5点独特的企业管理心得）
3. 综合心理测评等问卷。



### 【颁证单位】

中国经济管理大学经中华人民共和国香港特别行政区批准注册成立。目前中国经济管理大学课程涉及国际学位教育、国际职业教育等。学院教学方式灵活多样，注重人才的实际技能的培养，向学员传授先进的管理思想和实际工作技能，学院会永远遵循“科技兴国、严谨办学”的原则不断的向社会提供优秀的管理人才。



### 【主办单位】

美华管理人才学校是中国最早由教委批准成立的“工商管理MBA实战教育机构”之一，由资深MBA教育培训专家、教育协会常务理事徐传有老师担任学校理事长。迄今为止，已为社会培养各类“能力型”管理人才近10万余人，并为多家企业提供了整合策划和企业内训，连续13年被教委评选为《优秀成人教育学校》《甲级先进办学单位》。办学多年来，美华人独特的教学方法，先进的教学理念赢得了社会各界的高度赞誉和认可。



【咨询电话】 13684609885 0451--88342620

【咨询教师】 王海涛 郑毅

【学校网站】 <http://www.mhgy.net>

【咨询邮箱】 xchy007@163.com



## 【报名须知】

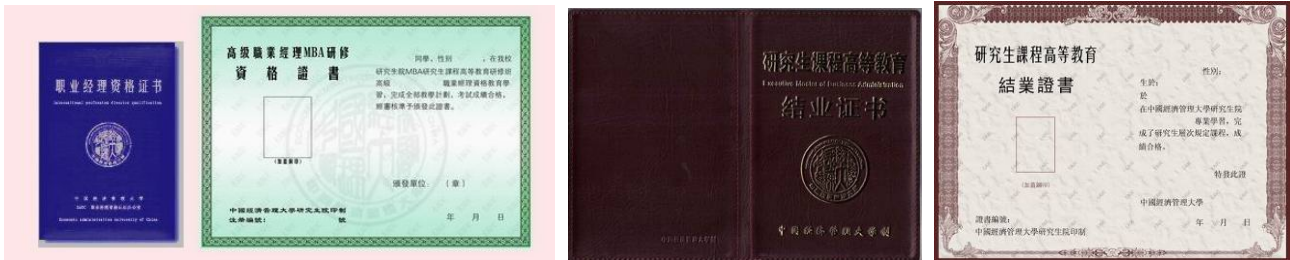
- 1、报名登记表格下载后详细填写并发邮件至 [xchy007@163.com](mailto:xchy007@163.com) (入学时不需要提交相片，毕业提交试卷同时邮寄4张2寸相片和一张身份证复印件即可)
- 2、交费后请及时电话通知招生办确认，以便于收费当日学校为你办理教材邮寄等入学手续。



## 【证书样本】(全国招生 函授学习 权威双证 请速充电)

(高级职业经理资格证书样本)

(两年制研究生课程高等教育结业证书样本)



## 【学费缴纳方式】(请携带本人身份证到银行办理交费手续，部分银行需要查验办理者身份证)

方式一	学校地址	<p>邮寄地址：哈尔滨市道外区南马路 120 号职工大学 109 室</p> <p>邮政编码：150020      收件人：王海涛</p>
方式二	学校帐号 (企业账户)	<p>学校帐号：184080723702015    账号户名：哈尔滨市道外区美华管理人才学校</p> <p>开户银行：哈尔滨银行中大支行    支付系统行号：313261018034</p>
方式三	交通银行 (太平洋卡)	<p>帐号：40551220360141505      户名：王海涛</p> <p>开户行：交通银行哈尔滨分行信用卡中心</p>
方式四	邮政储蓄 (存折)	<p>帐号：602610301201201234      户名：王海涛</p> <p>开户行：哈尔滨道外储蓄中心</p>
方式五	中国工商银行 (存折)	<p>帐号：3500016701101298023    户名：王海涛</p> <p>开户行：哈尔滨市道外区靖宇支行</p>
方式六	建设银行帐户 (存折)	<p>中国人民建设银行帐户（存折）： 1141449980130106399</p> <p>用户名：王海涛</p>
方式七	农业银行帐户 (卡号)	<p>农业银行帐户（卡号）： 6228480170232416918    用户名：王海涛</p> <p>农行卡开户银行：中国农业银行黑龙江分行营业部道外支行景阳支行</p>
方式八	招商银行 (卡号)	<p>招商银行帐户（卡号）： 6225884517313071    用户名：王海涛</p> <p>招商银行卡开户银行：招商银行哈尔滨分行马迭尔支行</p>

可以选择任意一种方式缴纳学费，收到学费当天，学校就会用邮政特快的方式为你邮寄教材、考试问卷以及收费票据。